EX LIBRIS
ARCHITETTO
GIOVANNI
MUZIO
MANZÙ

COSIMO BARTOLI
GENTIL'HVOMO, ET
Accademico Fiorentino,

DEL MODO DI MISVRARE
le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le prouincie, le prospettiue, & tutte le altre cose terrene, che possono occorrere a gli huomini,

Secondo le vere regole d'Euclide, & de gli altri piu lodati scrittori.

IN VENETIA, Per Francesco Franceschi Sanese. 1589.

Con Priuilegio della Illuſtriſſima Signoria
di Venetia, per Anni XV.

NOMI DELLI SCRITTORI. de quali ſi è ſeruito lo Autore in queſta opera.

ORONTIO *Fineo.*
ALBERTO *Durero.*
ARCHIMEDE.
EVCLIDE.
GEMMA *Friſio.*
GIOVAN *Roia.*
GIOVANNI *Stoflerino.*
LEONBATTISTA *Alberti.*
GEORGIO *Perurbachio.*
PIETRO *Appiano.*
PROSPETTIVA *comune.*
TOLOMEO.
VITVLLIONE.
VITRVVIO.

ALLO ILLVSTRISSIMO ET ECCELLENTISSIMO S· IL S. COSIMO DE MEDICI, DVCA DI FIRENZE, ET DI SIENA, SIG. ET PATRONE MIO OSSERVANDISSIMO.

QVANTO la Eccell. V.Illuſtr.habbi ſempre con il fauorire coloro, che hanno dato opera alle virtuti,porta occaſione a tutti gli huo mini di eſercitarſi, & nelle arti, & nelle ſcienzie, non è neſſuno, che chiaramente non lo conoſca. Veggonſi i frutti del celebratiſſimo ſtudio Piſano, già molti,& molti anni ſono, ſparſi per tutta Italia. Appariſcono in varij luoghi per lo Stato di V.E.le lodatiſſime impreſe delle muraglie,delle Sculture, & delle Piceture, & di molti altri eſercizij, che ſono quaſi infinite, che dalla honoratiſſima Scuola de virtuoſi nutritiſi, & eſercitatiſi ſotto l'ombra di V. Eccel. Illuſtr. hanno fatto, & continouamente fanno, non ſolamente honore,& utile al preſente Secolo; ma giouamento, & lume grandiſſimo al futuro. Là onde ſi può

facilissimamente giudicare, che V. Eccell. hauendo conosciuto sino da primi anni, mediante il suo purgatissimo giudizio, essere vero il detto di Socrate, che, si come la Ignoranzia è il sommo male de gli huomini, cosi la Sciẽtia si troua essere il sommo bene; habbi uoluto con hauere in protettione, & amare tutti i virtuosi; esortando, & instigando quelli, che attendono alle arti, con dare loro occasione di mettere in atto le lodeuoli inuenzioni de belli ingegni loro; & premiando, & accarezzando quelli altri, che Padroni delle scienzie, possono insegnandole giouare a molti; purgare il mondo dalla ignoranzia, & riempiendolo di bellissime arti, & sacrosante scienzie, ridurre gli huomini al sommo bene. Esempio veramente di lodatissimo, & grandissimo Prencipe, che immitando il Creatore del tutto si ingegni di scompartire, & per se stesso, & per le seconde cause ancora, piu largamente, & piu vniuersalmente, che ei può, i doni delle grazie sue; come inuero ha fatto sempre per il passato, & fa continouamente V. Eccell. Illustr. alla quale non è bastato di fare questo solamente con lo esempio della innocentissima, & esemplarissima uita sua; ma con il riconoscere, & premiare grandemente infiniti virtuosi, seruendosi di loro come di tante membra, o mani; qua si come poche fussino le proprie, & particolari concesse a V. Eccellen. Illustr. dalla Natura, per spargere piu vniuersalmente, & piu largamente per tutto i doni delle arti, & delle Scienzie, secondo il magnanimo, & alto concetto di quella. Le quali cose conosciute da molti, sono state cagione, che molti ancora si siano lodeuolmente esercitati in varie sorte de studij, pensando non tanto di

volere

volere (nel cercare di giouare a molti) procacciarſi qual che Fama, quanto che ſatisfare per quanto erano le forze loro a V. Eccellen. Illuſtr. Infra i quali trouandomi io eſſer uno, ancor che minimo, confeſſo largamente, & nelle altre paſſate fatiche de gli ſtudij miei, già per l'addietro dedicate a V. Eccell. Illuſt. & in queſte ancora, hauere deſiderato grandemente, & deſiderare hor piu che mai di ſodisfarle. Ilche ſe mi ſarà riuſcito nello hauere condotto in queſta lingua i piu facili, & certi modi, da potere con uere regole, & ragioni miſurare qual ſi uoglia coſa grande, o piccola di qual ſi ſia lontananza, altezza, larghezza, profondità, ſuperficie, forma, o corpo, vicina, o lontana, potendo, o non potendo auicinarſele, che poſſa occorrere al Genere humano; laſcierò giudicare a V. E. Illuſt. la quale prego deuotiſſimamente, che accettando queſte mie fatiche, ſi degni alcuna volta ricordarſi di me, come di fedeliſſimo, non meno che affettionatiſſimo ſeruo di Quella, alla quale noſtro Signore Dio conceda ſempre quel che piu deſidera. Di V. Eccell. Illuſt. il di 10. di Agoſto del 1559.

Affettionatiſſimo Seruitore.

Coſimo Bartoli.

FRANCESCO FRANCESCHI
SANESE
A' BENIGNI LETTORI.

ARDENTISSIMO *è stato sempre il desiderio mio di mandar' alla stampa cose, che non solamente dilettino, ma che giouino ancora. Là onde essendomisi porta occasione di potere stampare i modi delle Misure di M. Cosimo Bartoli, giudicandole non meno diletteuoli, o vtili, che necessarie; mi è parso dare questa satisfattione, non tanto alla naturale mia intentione, quanto a coloro, che dilettandosi de gli studij delle buone arti, aspettano, che continouamente le scientie eschino con quelle miglior regole, & maggior facilità, che desiderare si possino, in questa lingua. Parte delle quali, credo che vedranno in questi scritti coloro, che dilettandosi delle Matematiche, li leggeranno accuratamente. Godeteui adunque delle presenti fatiche, o studiosi, mentre che io procurerò di farui parte di alcune altre opere non meno diletteuoli, che vtili: le quali io spero in breue, per benignità de belli ingegni, che in esse continouamente si affaticano, di porre in luce.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE

DI COSIMO BARTOLI

Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO PRIMO.

Proemio, ouero Intentione dello Autore. Cap. I.

Nello esaminare le cose delle misure, infra molte, che me ne occorsono, & che mi paruono vtili, & necessarie; come che molte mi se ne offerissero, che io giudicassi, che potessero arrecare non solamente diletto, ma giouamento, & vtilità non piccola al genere humano; quattro furono le principali. La prima fu il misurare delle distanzie, che in qual si voglia modo ci potessino occorrere, o per larghezza, o per lunghezza, o per altezza, o per profondità. La seconda, il misurare qual si voglia sorte di superficie, o di piano. La terza, il misurare de corpi, così regolari, come inregolari. Et la quarta, il misurare vna Prouincia di 400. ò 500. miglia per lunghezza, & per larghezza, da poterla disegnare in piano, con le sue Città principali, Terre, Castella, Porti, Fiumi, Liti, & altre cose di essa più notabili. Et però nel primo libro seguendo lo ordine dello Orontio (non mi sottomettendo però in tutto alla traduttione) deliberai di trattare delle distanzie. Nel secondo delle superficie, o vogliamo

o uogliamo dire de piani. Nel terzo de corpi. Nel quarto, seguendo Gemma Frisio, & altri, mi parue di trattare del modo da descriuere le Prouincie in piano. Et se ben, quanto alla pratica della Geometria, mi pareua che questi quattro libri fussino a bastanza; conciosia che non poteua occorrere cosa alcuna a qual si uoglia persona, che con queste regole non si potesse, o misurare, o ritrouare. Nondimeno; atteso che io mi ero ingegnato, seguēdo lo ordine de piu lodati scrittori, di prouare con ragioni le misure che si descriuono; et nel prouarle allegando gran parte delle dimande, & de concetti, & delle proposte di Euclide, come che dette misure si siano tutte da lui con fondamento cauate; mi deliberai di non fuggire la fatica di mettere in questa lingua quelle parti di loro, che per le pruoue si erano citate: acciochè qual si uolessi curioso ingegno potessi, mediāte q̄sti miei scritti, satisfarsi nel uedere in fonte il uero delle cose trattate. Aggiunsi adunque alli primi quattro libri il quinto: doue sono non solamente le dimande, i concetti, & le proposte, citate nelle dimostrationi per pruoue; ma quelle, ancora che da loro dependono, chiamando spesso l'una l'altra; come ben sanno coloro, che dilettandosi di Euclide, lo hanno spesso per le mani. Pareuami ueramente questo quinto libro necessario; nondimeno stetti piu uolte con lo animo sospeso, se io doueuo aggiugnerlo a questi miei scritti, o pur lasciarlo ĩdietro: peroche essendoci Euclide, come molti sanno, tradotto, mi pareua una fatica con poca mia satisfattione, & forse di altri. Ma due cose finalmente mi fecero risoluere di arrogerlo a queste mie fatiche: la prima, le persuasioni del ualoroso Signore il Capitan Francesco de Medici, non men studioso che affezionato di simili sorte di studij: & la altra la commodità dello uniuersale; perche chi harà questi miei scritti p le mani, potrà, senza hauere a portarsi dietro Euclide, restare satisfatto del tutto, per quanto occorre

a dette

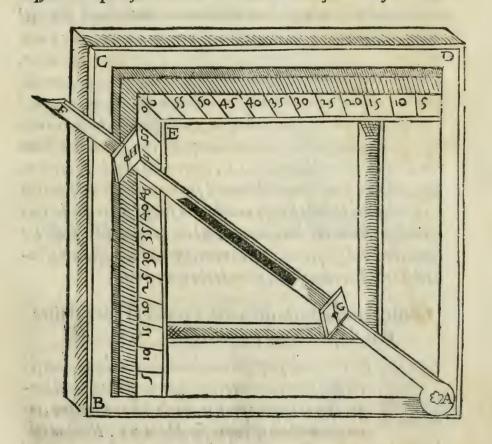
a dette misure. Paruemi ancora molto utile, & di giouamento non piccolo, lo arrogerci il sesto libro, & mettere in esso le regole del cauare lr radici, cosi quadrate, come cubiche; che in molti luoghi sono necessarie a uoler ritrouare, o cauare le misure, che ne tre primi libri si sono trattate. Ne uolli, ancora che mi paressi fatica, arrogerci in ultimo la regola delle quattro proportionali, cioè delle tre cose, per satisfattione di coloro, che; se bene hanno in qualche modo notitia, si come interuiene alla maggior parte de gli huomini, di raccorre, multiplicare, & partire; non hãno però in pratica il modo del cauare di qual si uoglia numero le radici quadrate, o cubiche; nè di ritrouare mediante i tre termini, o numeri noti, il quarto proportionale, che fussi loro incognito, o nascoso. Nel descriuere le quali cose essendo io andato principalmẽte dietro alla utilità, & comodità de gli huomini piu, che a nessuna altra cosa: prego ciascuno; & massime coloro, che attendendo forse piu alla lingua, che alla utilità dell'arte, o della scienza, riprendono spesso a torto, con loro non molto giudicio, & poca satisfattion di altri, i nomi & le uoci che non paiono loro riceuute dallo uso comune, nè approuate, ma nuoue; che mi sia cõcesso usare Schianciana p linea a schiancio, Parallela per linea ugualmente distante da una altra, Radice Cubica, & alcune altre uoci simili; riceuute nõdimeno, & da moderni, & da gli antichi ancora; come bẽ sanno coloro, che sono, o nati, o nutriti nella città di Firẽze; & che hãno in pratica gli scritti delle cose Matematiche, o Arismetiche delli scrittori nostri antichi, cosi come de moderni: de quali ce ne son pure assai, che per ancora nõ son uenuti alla stampa. Ma basti questo per hora, quanto a tal materia; rimettendomi nondimeno nel giudicio migliore di tutti coloro, che piu sanno; & che nõ da malignità, ma dalla uerità della cosa fussino spinti a uolerne riprẽdere, per beneficio dello uniuersale, al purgato giudicio

to giudicio de quali mi ſottometterò ſempre molto uolentieri.

Come ſi faccia un quadrante, inſtrumento commodiſſimo per miſurare le diſtanzie. Cap. II.

ANCORCHE *le diſtanzie ſi poſſino ritrouare per uarie uie, & mediante diuerſi inſtrumenti, de quali racconteremo parte. Il quadrante nientedimeno è, per queſte attioni, inſtrumento piu di tutti gli altri accomodatiſſimo: perilche hauendo a ſeruirci di eſſo, non mi pare coſa inconueniente, dire con maggior breuità che ſarà poſſibile il modo del farlo. Apparechinſi quattro regoli di alcun legno duriſſimo, atto à non ſi torcere, & queſti ſi arrechin'allarghezza & a groſſezza, lauorati diligentiſſimamente, & lunghi vgualmente, ſi atteſtino di maniera inſieme, che l'uno con l'altro faccia ſempre angolo a ſquadra; & che le facce loro uenghino a piano. Queſti regoli uorrebbono eſſer lunghi almanco due braccia, acciò nello operare poi ci ueniſſe la operazione piu giuſta. Commeſſi inſieme queſti regoli, talche faccino un quadro perfetto, ſcelgaſi la faccia piu pulita, & in quella ſi tiri vna linea diritta da tutte quattro le facce, che ſia non molto lontana dal canto uiuo di fuori; & in ſu le cantonate, doue queſte linee ſi congiungono inſieme, ſcriuaſi* A B C D, *ricordandoci che dette linee debbon ugualmente diſcoſtarſi dal canto uiuo da per tutto. Poſto dipoi un regolo dal punto* A *al punto* C, *tiriſi una linea a ſchiancio, che ſia* C E: *a ciaſcun de lati poi* A B & C D *ſi tirino ancora tre linee parallele, le quali uadino a riſcontrarſi nella già tirata ſchianciana* C E, & *che inſieme con le* B C & C D *laſcino tre interualli talmente proportionati fra loro, che l'uno ſia ſempre per il doppio piu largo che l'altro. Diuidinſi dipoi ciaſcun di queſti lati,*

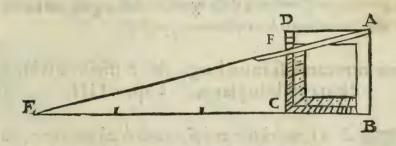
ſecondo

ſecondo la loro lunghezza in dodici parti uguali: & tenendo una teſta del regolo ſempre ferma al punto A, *traportandolo con l'altra a tutti i pũti delle diuiſioni, tirinſi da detti punti alcune lineette infra detti tre interualli a ſchiancio, che ſieno parallele alla* C E, *et che non paſſino le linee* B C, & C D; & *ciaſcuna di eſſe dodici parti dipoi ſi ridiuida in cinque parti uguali: & da detti punti tirinſi le diuiſioni come l'altre, ma che intraprẽdino a pũto duoi interualli. Et in q̃ſto modo qual ſi è l'uno de lati* B C, & C D, *ſarà diuiſo in* 60.

parti, percioche 5. uie 12. ò 12. uie 5. fa 60. Potrassi ancora ridiuidere l'ultimo iteruallo, cioè il piu di fuori, che è il piu stretto, in due parti uguali, & ciascuna di esse sarà 30 minuti di un grado; ouero ciascuna delle 60. in 3. parti uguali, et ciascuna di esse sarà 20. minuti: o in 4. & ciascuna sarà 15. minuti. Et cosi si potrà ridiuidere successiuamente in quante parti noi uorremo qual si è l'una di dette parti, secondo ci piacerà, o che tornerà commodo alla grandezza dello instrumento. Infra il primo interuallo dell'uno & dell'altro lato, cioè nel piu largo, scriuinsi i numeri, cominciando dal B *&* *dal* D, *in q̃sto modo* 5. 10. 15. 20. 25. 30. 35. 40. 45. 50. 55. 60. *talche il* 60. *uenga al punto* C, *che serua a l'un lato & all'altro. Fatto questo, faccisi una linda, che sia diritta, uguale, & piana da per tutto, la quale chiameremo* A F, *almanco tanto lunga, quanto è la schianciana* A C: *& per la lunghezza di essa attachinsi due mire, che uenghino a punto forate nel mezo, & corrispondino insieme con la linda alla schianciana* A C, *come mostrano le figure* G H. *Questa linda finalmente debbe con il suo centro conficcarsi nel centro* A, *talmente che ella si possa mandare in su, & in giu, per la faccia dello instrumento liberamente; & che la linea della fede* A F *corra, come si disse, per mezo delle mire; & uadia giusta a ciascuna delle già fatte diuisioni, secondo che ci occorrerà.*

Come si misurino le distantie a piano di linee diritte con il quadrante geometrico. Cap. III.

SE CI *sarà proposta una linea diritta da misurarsi, che sia essenzialmente, o pure immaginata, per il lungo, o per il largo, o per il trauerso della campagna, come per modo di essempio sarebbe la* B E. *Bisogna collocare il quadrante di maniera, che uno de suoi lati spartito, cioè il*

lato

lato B C *uenga ſopra il piano per lo lungo, & al diritto della propoſtaci linea* B E; *& che il* B *ſia a punto al principio della linea, che ſi harà da miſurare; & l'una, & l'altra faccia del quadrante* A B, *&* C D, *ſtia a piombo ſopra il piano. Pongaſi dipoi l'occhio al punto* A, *& abbaſſiſi, o alziſi la linda talmente, che paſſando la ueduta per amendue le mire arriui alla fine della propoſtaci linea* E. *Fatto queſto, notiſi, doue la linda* A F *batta nel lato* C D: *che per modo di eſſempio diremo, che batta nel punto* F. *Se la interſecatione* D F *ſarà* 15. *di quelle parti uguali, che tutta la* C D *uguale ad eſſa* A D *è* 60. *perche* 60. *corriſponde per quattro tanti al* 15, *la propoſtaci linea* B E *ſarà lunga per quattro uolte eſſo lato* A B. *Adunque ſe il lato* A B *ſarà un braccio, la propoſtaci linea* B E *ſarà quattro braccia ſimili.*

Per dimoſtratione delle coſe dette, egli è chiaro, che i duoi triangoli A B E, *&* A D F, *ſono di angoli uguali; concioſiache lo angolo* A E B *è uguale allo altro angolo* D A F, *ſecondo che ſi proua per la ventinoueſima del primo di Euclide; concioſia che la linea diritta* A E *taglia a trauerſo le due* A D, *&* B E, *che ſono parallele. Lo angolo* B A E *ancora è uguale allo angolo* A F D, *ſecondo la ventinoueſima del primo. Peroche la* A F *pare che di nuouo tagli a trauerſo le parallele* A B, *&* C D. *Lo altro angolo medeſimamente* A B E *è pure*

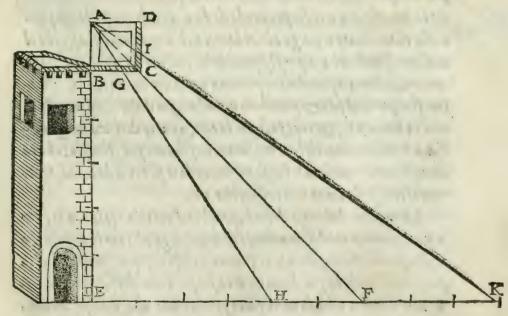
uguale

uguale all'altro A D F, *conciosia che l'uno & l'altro è a squadra, o uogliamo dire retto. Et tutti gli angoli a squadra, o uogliamo dire retti, sono infra di loro, secondo la quarta petizione, o uogliasi dire dimanda di Euclide, uguali. Adunque i detti triangoli* A B E, & A D F, *sono di angoli uguali. Et de triangoli di angoli uguali sono proporzionali quei lati, che sono intorno a gli angoli uguali: & quelle corde, o lati, che sono rincontro a gli angoli uguali, o uogliamo dir' sotto, sono nella medesima proportione, secondo la quarta del sesto di Euclide. In quella medesima proportione adunque, che corrisponderà la linea* A D *alla* D E, *corrisponderà ancora la propostaci linea* E B *al lato* A B. *Questa dimostratione è bene, che si noti diligentemente; perche giouerà molto, a farne intendere le altre cose, che si hanno a trattare: conciosia che hauendo a prouare molte cose, mediante la corrispondentia della ugualità delli angoli, non uorrei esser' molesto con hauerlo a replicare troppo spesso.*

Come ritrouandosi in un luogo alto si misuri una linea diritta posta in piano. Cap. IIII.

SE SI *vorrà trouandosi in cima di alcuna torre, o a qualche finestra di qual si uoglia edifizio posta sopra di una gran piazza, o sopra una campagna aperta, misurare una linea, che si uedesse a dirittura adiacere in terra nel medesimo piano; di sopra del quale la muraglia del detto edifizio, o torre si rilieua con angoli retti, o a squadra: faremo in questo modo. Diciamo, che la ritta torre sia* B E: & *la linea propostaci* E F, *ouero* E H, *o pure* E K, *l'altezza della quale stando ad alto al* B *si habbia a misurare con il quadrante Geometrico. Accomodisi il lato* A B *del quadrante per lo lungo; & per il ritto di essa* B E,

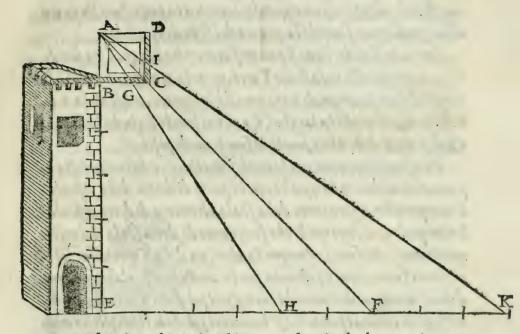
in

in maniera che A B, *&* B E *diuentando una linea ſola, che ſia* A E, *caſchi a piombo ſopra il piano detto, che ſia* E H F K. *Poſto dipoi l'occhio al punto* A, *alzisi, o abbaſſiſi la linda fino a che la veduta correndo per amendue le mire, arriui alla fine della propoſtaci linea. Fatto queſto auertiſcaſi il punto, nel quale batte la linda; laquale è forza che batta, o nel punto* C, *che è il mezo a punto infra il lato* B C, *& il lato* C D, *ouero nel lato* B C, *o nel lato* C D, *che altroue non può battere. Quando ella batterà nel punto* C, *dicesi, che la propoſtaci linea da miſurarſi* E F *è vguale alla altezza della Torre* E B. *Et per ſapere l'altezza della Torre ſi potrà mãdare da cima a terra un filo con un piombino, et miſurare poi detto filo, il qual ſe ſarà braccia per modo di dire 24. ſarà ancora 24. braccia la linea* E F.

La ragione delle coſe dette è che i duoi triangoli A B C, *&* A E F *ſono di angoli uguali; percioche lo angolo* A B C, *è uguale allo ango-*

lo A E F, *& medesimamente lo angolo* A C B *è uguale allo angolo* A F E. *secondo la già allegata ventinouesima del primo di Euclide. Et lo angolo* A, *è comune all'uno triangolo, & all'altro. Adunque per la medesima quarta del sesto, in quella proportione, che corrispõde il lato* A B *al lato* B C, *corrisponderà la a piombo* A E *alla propostaci linea* E F. *Ma i lati* A B *&* B C *sono fra loro uguali, conciosia che ei sono lati di un medesimo quadrato; adunque la* A E *è ancor essa uguale alla* E F. *Ma battendo la linda nel lato* B C, *come sarebbe per auentura al punto* G, *& la propostaci linea da misurarsi fusse* E H, *è cosa certissima, che questa* E H *propostaci è piu corta della a piombo* A E, *laquale* A E *sarà in tale proportione alla* E H, *che è il lato del quadrante* A B *alla parte intersecata* B G. *Bisogna adũque sapere le diuisioni de' lati del quadrante, che siano* 60. *& la intersecata* B G, *sia per modo di dire.* 40. *di queste stesse parti, che tutto il lato* B C, *uguale al lato* A B, *è* 60. *auuertiscasi, che il* 60. *corrisponde al* 40. *per sesquialtera, cioè per la metà piu; sarà ancora la linea a piombo* A E *per una uolta, & mezo la* E H. *Misurisi dipoi cõ il filo, & piombino mandato giù dallo* A, *insino allo* E, *cioè la linea* A E, *& traggasi poi la terza parte di detta lunghezza* A E, *ce ne rimarrà la* E H. *Come che seruaci per esempio, che la detta linea a piombo* A E *fusse, misurando il filo,* 24. *braccia, trattone il terzo, la linea* E H *restcrebbe* 16.

La ragione delle cose dette è, perche i duoi triangoli A B G, *&* A E H, *sono pur medesimamente di angoli uguali; & lo angolo* A B C, *è uguale allo angolo* A E H *(come si disse di sopra) per la qual cosa resta, secondo la già detta quarta propositione del sesto di Euclide, che il lato* A B *ha la medesima proportione alla intersecatione* B G, *che ha la* A E, *alla* E H.

Replicasi la figura per commodità dell'occhio.

Ma

Ma se la linea batterà nel lato C D, *dicasi, che batta nel punto* I, & *che la linea da misurarsi sia* E K, *egli è chiaro, che essa* E K *è maggiore della detta a piombo* A E, *in quella medesima proportione, che il lato* A D *è maggiore della intersecatione* D I *del lato* C D. *Perilche se il* D I *sarà* 40. *di quelle parti stesse, che il lato del quadrante è* 60. *sarà medesimamente la* A D *in proportione sesquialtera, cioè della metà piu, alla intersecatione* D I. *Perche la linea* E K *sarà per una uolta, & mezo la linea a piõbo* A E. *Talche essendo la già detta linea* A E, 24. *braccia, la* E K *sarà braccia* 36. *simili.*

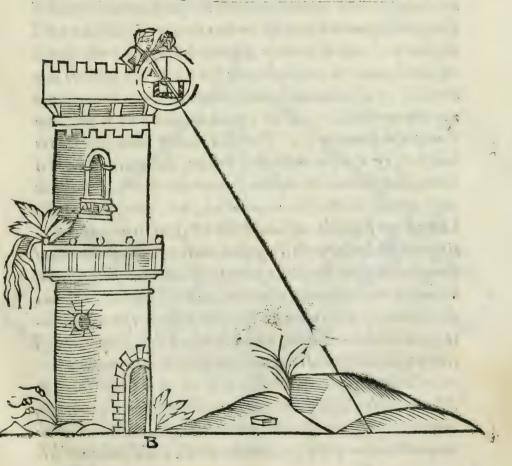
La ragione è, che i duoi triangoli A D I, & A E K, *sono di angoli ancora essi uguali; perche lo angolo* D A I, *è uguale all'angolo* A K E; & *lo angolo* A I D, *è uguale allo angolo* E A K, *per la medesima uentinouesima del primo di Euclide;* & *gli angoli* A E K, & A D I *sono uguali; percioche ei sono a squadra. Come dunque il lato* A D

 corri-

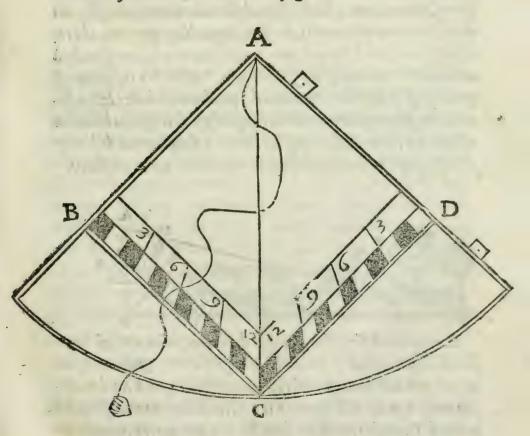
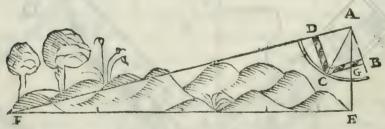
corrisponde al D I; *cosi corrisponderà ancora la propostaci linea* E K *alla a piombo* A E, *secondo la quarta del sesto di Euclide.*

Per ilche si uede, come si può misurare una lunghezza simile, che non arriui alla basa della Torre, come la H K, *perche presa la lunghezza* E K; *&* *poi di* E H, *come si è insegnato, traggasi la* E H *della* E K, *&* *harassi la larghezza* H F. *il simile si giudichi di* H K, *&* *di* F H, *&* *delle altre simili, in simile modo poste.*

Puossi misurare ancora la medesima linea, o distantia posta in piano, trouandoci in luogo alto con la parte di dietro dello Astrolabio; imperoche ci seruiamo della scala altimetra di detto Astrolabio, in quel medesimo modo che faceuamo di detta scala del nostro quadrante. Misurisi adunque la altezza della Torre, come si fece con la fune, dipoi si sospenda per lo anello lo Astrolabio di cima della Torre, qual diciamo che sia A, *&* *il piè della Torre* E, *&* *dirizzisi la linda al punto* H, *&* *hauremo già duoi triangoli ad angoli retti; uno, cioè* A E H, *et l'altro nella scala dello Astrolabio; de quali il lato* A E *già ci è noto, &* *è comune a l'uno, &* *a l'altro triangolo: imperoche la* E, *uiene sul piombo della* A, *&* *lo angolo* E A H *è similmente comune, &* *gli altri lati loro saranno proportionali a gli altri lati secondo la quarta del sesto d'Euclide. Onde in quel modo che corrisponde lo intero lato della scala alle parti intersecate dalla linda, cosi sarà la altezza notaci già della Torre, alla* E H *basa del triangolo* A E H. *Et per lo esempio sia la Torre alta 24. braccia, &* *la linda interseghi le noue parti della scala, cosi come le dodici parti della scala corrispondono alle noue di detta scala, cosi le 24. della altezza della Torre corrisponderãno alla distantia* E H, *che uerranno ad essere diciotto braccia. Et se si multiplicherãno le parti intersegate per l'altezza della Torre, &* *quel che ce ne uerrà si partirà per lo intero lato della scala, da quel numero che ce ne resterà*

resterà, harēmo subito la distantia E H. *Questa distantia, se di nuouo si riquadrerà, multiplicandola, cioè in se stessa, & facendo ancora il simile della altezza della Torre, & ponēdo poi insieme l'uno & l altro di questi numeri quadrati, facendone una sola somma, & se ne cauerà poi la radice quadrata, haremmo apunto la distãtia* A H. *Ma per tor uia a chi uorrà operare la fatica di cosi fatto calculo, si è posta nel sesto libro, quando si tratta del modo del cauare le radici de numeri quadrati, una tauola molto commoda.*

Come si faccia il quadrante dentro alla quarta parte di un cerchio. Cap. V.

PIGLISI *un pezzo di bossolo, di auorio, di ottone, o di quale altra materia si uoglia, pur che sia materia salda, & pulita, & in esso dissegnisi la quarta parte di un cerchio, con due linee, che terminando detto cerchio si uadino a congiugnere insieme nel centro* A *con angolo retto, o vogliamo dire a squadra, come dimostra il disegno* A B C D. *Diuidasi dipoi questa quarta del cerchio con una linea retta, che partendosi dal centro* A, *uadi al* C *mezo a punto dell'arco. Posto dipoi il regolo nel punto* C *in ciascheduno de lati* B A & A D, *si tirino due linee, cioè* C B *ugualmente lontana dalla* A D, & C D, *lontana pure ugualmente dalla* A B: *talche il quadrato sarà* A B C D *diuiso per il mezo dal diametro* A C. *Tirinsi dipoi due altre linee sotto le linee* B C, & C D *paralelle alle già tirate, dalla parte di uerso il centro, che infra tutte tre lascino fra loro duoi interualli: l'uno de quali, quello cioè che è più uicino alla* A, *sia il doppio piu largo, che l'altro. Dipoi si diuida ciascuno de lati* B C, & C D *in quattro parti uguali fra loro, & posto il regolo al centro* A, *mouendolo per qual si uoglia delle fatte diuisioni, o punti, tirinsi lineette infra i detti interualli, in uerso il centro, dalla prima, alla terza linea. Ciascuna di esse quattro parti si ridiuida di nuouo in altre tre parti infra loro uguali, tirãdo le lineette, come delle altre si disse, sempre uerso il centro* A, *dal* B C, & *dal* C D; *ma che non passino lo interuallo minore: & sarãno le parti del lato* B C 12. *et* 12. *ancora le del lato* C D. *Mettinuisi dipoi nelli spazi delli ĩterualli maggiori i loro numeri, cominciando da punti* B, & D, *andando verso il* C, *distribuendoli con questo ordine* 3. 6. 9. 12. *talmẽte che il* 12. *dell'un lato, et dell'altro*

l'altro termini nel punto C. *Puoßi nondimeno ridiuidere la duodecima parte di qual ſi uoglia lato, di nuouo in cinque parti uguali, pure che ce lo cõporti la grandeZza dello inſtrumento, tanto che ciaſcun lato di detto ſia diuiſo in parti* 60. *come ſi fece nel quadrante paſſato. Faccinſi dipoi due mire, forate come ſi uſa, & ſi commettino per teſta della faccia, l'uno preſſo all'* A, *& l'altra preſſo al* D, *ugualmente diſtanti, & a dirittura. Attachiſi dipoi un filo di ſeta al centro* A *con un piombinetto da piede, che eſca quanto ſi uoglia della circonferentia, come uedi nel diſegno.*

Se ci sarà propo∫ta una linea, che la uogliamo mi∫urare cõ questo quadrante, faremo in questo modo. Sia la propostaci linea E F, *rizzeremo da una delle teste propo∫teci, una asta a piombo di una determinata, et a noi nota altezza, o mi∫ura, cioè alla* E, *&* ∫*ia* A E, *al termine di sopra della quale asta accomodisi lo angolo del quadrante* A: *alzisi dipoi, o abbassisi il quadrante, lasciato andare il filo col piombo libero, doue ei uuole, fino a tanto, che la ueduta dell'occhio, passando per amendue le mire, arriui allo altro termine della propostaci linea, cioè allo* F. *Fatto questo considerisi, doue batta il filo nel lato* B C, *conciosia che il piu delle uolte batterà in esso. Et dicasi, che batta nel punto* G, *dicesi che in quella proportione, che corrisponderà il lato del quadrante* A B *alla parte* B G, *corrisponderà ancora la* E F *alla lunghezza dell'asta. Talche se* B G, *sarà tre di quelle stesse parti, che tutto il lato del quadrante è dodici, la* E F *sarà ancor essa per quattro uolte la lunghezza dell'asta; talche se la asta sarà tre braccia, la propostaci linea* E F *sarà braccia dodici, & se l'asta fussi. 4. braccia, la detta* E F *sarebbe braccia. 16. simili.*

La ragione delle cose è, perche i duoi triangoli A B G, *&* A E F *sono di angoli uguali; percioche lo angolo* A B G, *& lo* A E F *sono uguali; perche l'vno, & l'altro è retto, & lo angolo* E A F *è medesimamẽte uguale allo angolo* A G B, *secondo la uentinouesima del primo di Euclide; conciosia che il filo* A G *attrauersa, o uogliamo*

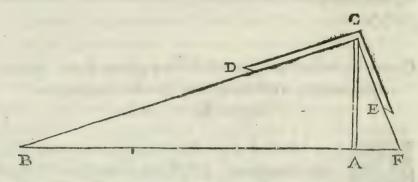
dire

dire interſca la A D, *&* *la* B C, *che ſono fra loro paralelle. Adunque l'altro angolo* A F E *è uguale allo altro* B A G, *ſecondo la trentuneſima del primo. I triangoli adunque* A B G, *&* A E F, *ſono di angoli uguali; & quei lati che ſono intorno ad angoli uguali, ſono fra loro proportionali ſecondo la quarta del ſeſto. Come corriſponde adunque* A B *alla* B G, *corriſponde ancora la* E F *alla lunghezza* A E.

Come ſi poſſino miſurare le linee a piano ſenza alcuno quadrante, ma ſolo con la ſquadra ordinaria. Capitolo VI.

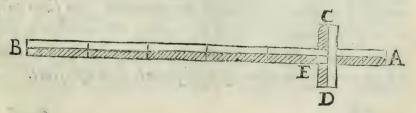
SE A L C V N A *uolta occorreſſi miſurare una delle dette linee a piano; & che non ſi haueſſi nè l'uno, nè l'attro quadrante, facciſi in queſto modo. Dicaſi che la linea da miſurarſi ſia* A B, *alla teſta* A *della quale rizziſi una aſta, che ſia* A C, *ſcompartita in quante parti ſi uoglino. Pigliſi dipoi una ſquadra ordinaria' che ſia* D C E, *& pongaſi con il ſuo angolo di dentro, in cima della aſta* C: *dipoi ſi uolti l'un de lati della ſquadra, cioè il* C D, *in uerſo l'altro termine* B, *accoſtiſi dipoi l'occhio al punto della ſquadra* C, *& alziſi, o abbaſſiſi detta ſquadra* D C E *fino a tanto, che per la parte* C D, *la ueduta dell'occhio corra inſino al termine* B *della propoſtaci linea* A B. *Dipoi ſenza muouere la ſquadra ueggaſi di allungare l'una, & l'altra, cioè la* A B, *& la* C E *ſino a tanto che ſi congiunghino inſieme, il che ſi potrà fare con accomodare un regolo alla parte della ſquadra* C E; *& doue dette linee ſi riſcontrano ſia* F. *Fatte queſte coſe, in quella proportione che corriſponde la aſta ritta* A C *alla parte* A F, *corriſponderà la propoſtaci linea* A B *alla quantità di eſſa aſta.*

Talche

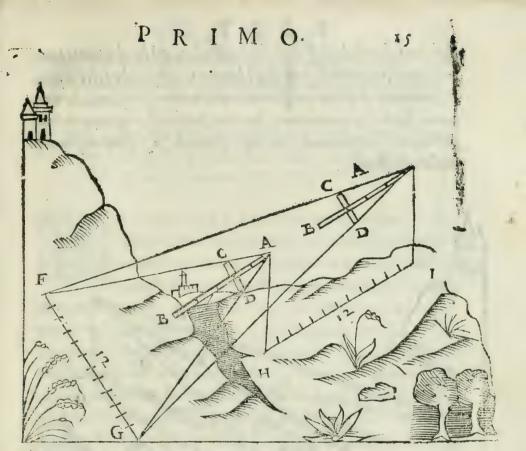
Talche se la asta sarà braccia tre, & la A F.*braccia uno, perche il tre corrisponde per tripla, cioè per tre tanti allo uno, corrisponderà ancora nel medesimo modo la propostaci lunghezza* A B,*cioè sarà per tre aste; talche se l'asta sarà tre braccia, la* A B *sarà noue braccia simili.*

La ragione delle cose dette è, perche del triangolo B C F *gli tre angoli sono uguali a due a squadra secondo la trentunesima del primo di Euclide. Ma il* B C F *è angolo a squadra, adunque gli altri duoi* C B F, & B F C *sono uguali ad uno a squadra. Per la medesima ragione ancora i duoi angoli* A C F, & C F A *del triangolo* A C F *sono uguali ad uno a squadra; conciosia che il loro terzo* C A F *è a squadra. Adunque i duoi angoli* C B F, & B F C, *sono scambieuolmente uguali a gli angoli* A C F, & C F A, *conciosia che è sono uguali al medesimo loro angolo a squadra. Et se ei si traessi da i medesimi angoli uguali, lo angolo commune, cioè il* B F C, *lo altro* C B A *saria secondo la commune sententia uguale allo altro* A C F. *Ma lo angolo* B A C *è vguale allo angolo* C A F, *conciosia che l'uno & l'altro è a squadra, lo angolo ancora* A C B *sarà medesimamente uguale all'altro* C F A. *Per la qual cosa i duoi triangoli* A B C, & A C F *sono di angoli uguali; & i lati, che hanno a torno,*

torno, perche sono intorno ad angoli uguali, sono infra loro proportionali secondo la quarta del sesto di Euclide. In quel modo adũque, che corrisponde la asta A C *alla lineetta* A F, *corrisponde ancora la propostaci lunghezza* A B *alla asta ritta* A C, *che era quello voleuamo mostrare.*

Come si possa fare uno altro instrumento da potere misurare le distantie cosi adiacere come ritte, alle quali non si possa accostare. Cap. VII.

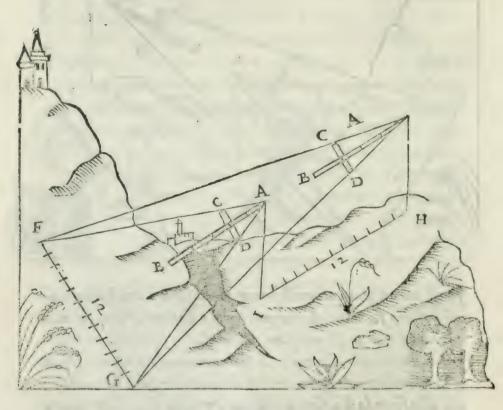
PER *fare il bac lo, che cosi chiamano i latini questo instrumento; apparecchisi un regolo quadro per tutti i versi di legno durissimo; & atto a non si torcere, o piglisi di ottone lungo quanto ci piace; ma loderei che al manco fussi due braccia, di grossezza moderata, come ti dimostra il disegno. Diuidasi dipoi detto regolo in alcune parti uguali fra loro, dieci, otto, o sei, secondo ci tornerà piu cõmodo, & si chiami q̃sto regolo* A B. *Faccisi dipoi uno altro regolo simile; ma lungo solamente quanto una delle parti, in le quali diuidesti il primo regolo maggiore* A B; *& tanto largo che ui si possa fare una buca quadra, talmente nel mezo al punto* E, *che si possa muouere commodamente per il regolo* A B, *facendo sempre angoli a squadra; & chiamisi questo regolo minore* C D, *come vedere si puo nel disegno.*

Parmi

Parmi ragioneuole poter chiamare questo regolo maggiore, cioè lo A B *il bastone: & il regolo minore, cioè il* C D, *il trauersale.*

Se noi uorremo misurare una linea posta adiacere nella pianura per il trauerso, alla quale nō ci possiamo accostare, con questo instrumento; faremo in questo modo. sia la propostaci linea F G *a trauerso del piano, noi moueremo il trauersale* C D, *& lo fermeremo a qual si uoglia diuisione del bastone* A B, *come per esempio diremo di hauerlo fermo alla seconda diuisione, in uerso* B, *hauendolo messo dalla testa* A: *porremo dipoi lo occhio al punto* A, *& abbasseremo il bastone uerso la linea diritta* F G *da misurarsi, applicādo l'estremità del trauersale a' termini di essa linea da misurarsi, cioè il lato destro* D *al destro della linea* G, *& il sinistro* C *al sinistro* F. *Accosteremoci dipoi, ouero discosteremoci tanto, che la ueduta dell'occhio posto al punto* A *passando per le estremità* C D *del trauersale, arriui ad un tratto secōdo i suoi lati corrispondentisi allo* F, *et al* G, *talche si facino duoi raggi di ueduta* A C F, *&* A D G. *Fatto questo notisi il luogo, doue siano stati, a tale operatione, o ueduta con la lettera* H. *Mouiamoci poi di questo luogo, mouēdo ancora il trauersale all'altra diuisione del bastone piu uicina allo* A, *se ue ne fussi, se ci sarà bisogno di accostarci alla* F G *da misurarsi; o muouasi detto trauersale uerso* B, *hauendoci a discostare, cioè alla terza diuisione, che è nel bastone uerso* B, *partendolo dall'*A, *& il nostro muouersi sia tale, che stādo fermo il trauersale* C D *nella terza diuisione, posto l'occhio di nuouo allo* A, *uegga di nuouo per* C D *le estremità dello* F G, *come si fece nella prima operatione, & fatto questo nota il punto doue sei stato con la lettera* I. *Misura dipoi lo spacio che è infra lo* H, *& lo* I, *che tanto sarà ancora la propostaci linea* F G, *& per maggior chiarezza se è fatta la figura presente.*

Puossi

Puossi ancora, quasi nel medesimo modo misurare una linea a trauerso d'una facciata, di una muraglia, o bastione, o trincea, alla quale altri non si possa accostare. Conciosia che fatta la prima diligentia, o operatione al punto H, *di nuouo ritirandoci indietro al punto* I, *& nella prima operatione, se il trauersale sarà stato alla* E, *cioè alla seconda diuisione del bastone; & nella seconda operatione sarà alla terza diuisione. Ouero per il contrario, cioè se dato che siamo stati prima alla operatione nel punto* I, *& il trauersale* C D, *habbiamo tenuto alla terza pur diuisione; & accostādoci poi al pūto* H, *habbiamo nello operare tenuto il trauersale* C D *alla seconda*

diuisione;

diuiſione; diceſi che lo ſpacio, che è infra la H, & lo I, è a punto tante braccia, quanto è la propoſtaci linea F G. & perche egli è il medeſimo modo di operare miſurando una trauerſa in piano, che una trauerſa, che ſia in una muraglia ritta; potrà ogni ragioneuole ingegno da per ſe conſiderare, che in queſto modo ſi poſſono miſurare molte coſe ſimili.

Come ſarebbe, ſe voleſſimo miſurare una larghezza, o altezza di una cannoniera, o una fineſtra alta in una muraglia, o qualche altra coſa ſimile poſta in monte, o in piano; concioſia che con queſto inſtrumento ſi può miſurare, quaſi tutte le diſtantie, o per trauerſo

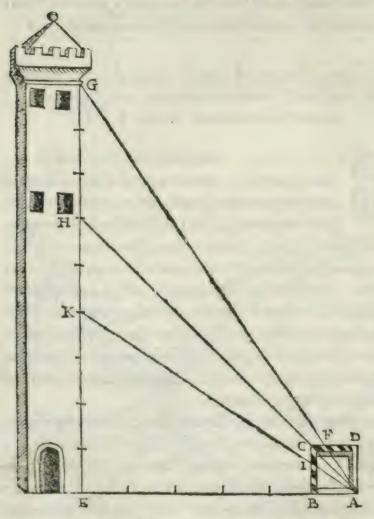
in piano,

in piano, o per trauerso in edificio ritto, o per altezza ancora, se bene le linee ritte non arriuino al piano, donde si rilieua la muraglia.

Come le linee rileuate ad angolo retto di sopra il piano del terreno si possino misurare con il Quadrante Geometrico. Cap. VIII.

PROPOSTACI *una linea ritta da misurarsi, che sia* E G, *ouero* E H, *o pure* E K, *per il diritto al lungo di una torre, porremo il quadrante* A B C *in tal modo sopra detto piano* A E, *che i lati sua diuisi, & scompartiti in parti, cioè* B C, & C D, *si uoltino dirittissimamente ad essa linea da misurarsi della torre* E K H G, *conciosia che questo è sempre necessario. Posto dipoi lo occhio al punto* A, *alzisi, o abbassisi tanto la linda, che la ueduta dell'occhio correndo per amendue le mire, uadi al termine dalla propostaci linea. Fatto questo si consideri il numero, doue batte la linda: il che sarà, o nel punto* C, *punto comune infra il lato* B C, & *il lato* C D, *ouero nel lato* B C, *o nel lato* C D, *che altroue non puo battere.*

Dicasi primieramente, che batta nel lato C D, *come per esempio nella* F, *essendo la linea da misurarsi* E G: *egli è chiaro in tal caso, che la linea* E G, *è maggiore, che la distantia che si pigliò del piano* A E; & *corrisponderà in quella proportione alla* A E, *che il lato* A D *corrisponderà alla diuisa parte* D F. *che se* D F *sarà quaranta di quelle medesime parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche* 60. *corrisponde al* 40 *per sesquialtera, cioè per la metà piu; similmente la linea* E G *sarà lunga per una uolta, & mezo di essa* A E. *Talche se* A E *per modo di esempio sarà* 18. *braccia, la propostaci* E G *sarà* 27. *braccia simili.*

La

La ragione delle cose dette è, che i triangoli A D E, *&* A E G, *sono di angoli uguali; perche lo angolo* D A F *è uguale allo angolo* A G E *secondo la ventinouesima del primo di Euclide, & per la medesima lo angolo* A F D *è medesimamente uguale allo angolo* E A G; *conciosia che l'uno, & l'altro angolo* A D F, *&* A E G *è retto, o*

vogliamo

vogliamo dire a squadra; & però fra loro uguali. I triangoli adunque A D F, & E A G, sono di angoli uguali; & i lati, ouero corde loro sono proportionali, secondo la quarta del sesto di Euclide. Adunque in quel modo che corrisponde il lato A D alla diuisa parte D F, corrisponde ancora la linea E G alla lunghezza del piano A E, & questo serua per la prima dimostratione.

Ma se la linda batterà a punto nello angolo C, & la linea da misurarsi sia E H, egli è chiaro, che la E H è uguale al piano A E. Misurisi adunque la A E, laquale se per modo di dire sarà braccia diciotto, sarà anco braccia diciotto la altezza E H. Et in questo medesimo modo si debbe operare, circa le altre linee simili poste a questa similitudine.

La ragione è, perche i duoi triangoli A B C, & A E H, sono di nuouo di angoli uguali; come facilmente si puo prouare, per la medesima uentinouesima del primo. Adunque per la quarta del sesto poco di sopra allegata, in quel modo, che corrisponde il lato A B al lato B C, cosi corrisponde ancora la lunghezza A E alla propostaci linea E B; conciosia che le riguardano angoli uguali, cioè retti; & i lati A B, & B C, sono fra loro uguali. Adunque essa lunghezza del piano A E sarà uguale alla propostaci E H.

Ma quando la linda batterà nel lato B C, cioè alla diuisione I, la lunghezza all'hora del piano, intrapresa fra l'occhio, & la basa della altezza da misurarsi, sarà maggiore dell'apropostaci linea, in quella stessa proportione, che il lato intero del quadrante superarà la diuisione occorsati di detto lato. Sia la linea da misurarsi E K, & la diuisione B I sia 40. di quelle stesse parti, che tutto il lato del quadrante B C, è 60. come il 60. corrisponde al 40. per sesquialtera, cioè per la metà piu; in questo medesimo modo lo spacio A E, sarà per una uolta, & mezo dello E K. Misurisi adunque la lunghez-

za A E, & traggasene il terzo; et harassi la altezza E K. Come per essempio se A E fusse braccia diciotto, trattone sei, resterebbono dodici, & tanto sarebbe la altezza E K.

La ragione è; perche i duoi triangoli A B I, & A E K, sono di angoli uguali, ilche si pruoua per la medesima ragione, che si prouarãno i duoi triangoli A B C, & A E H, secondo la già molto replicata ventinouesima del primo. Sono adunque (come i primi) gli angoli A B I, & A E K, fra loro uguali, perche amenduoi sono retti; adunque i lati A B, & B I, sono medesimamente per la quarta del sesto proportionali a lati A E, & E K. In quel modo adunque, che corrisponde il lato A B alla intersegata parte B I, coorisponde ancora la lunghezza A E alla propostaci linea E K.

Dalle cose dette di sopra si caua una manifestissima regola da misurare una linea ritta, ancora che nõ arriui al piano del terreno, come è la linea G H, cõciosia che trouate le lunghezze delle E G, & E H, secondo quello ordine che poco fa si disse, se si trarrà la lunghezza E H dalla lunghezza E G, ne rimarrà la lunghezza G H; & seruaci per esempio che sia trouata la lunghezza E G esser braccia 27. la E H di braccia 18. se si trae il detto 18. di 27. ne rimane 9. braccia, che tanto è la G H; & il medesimo giudicio, & discorso, si debbe fare d'ogni altra linea come G K, & H K, & delle altri simili, & nel simil modo collocate, come sono le lunghezze delle finestre, o le lunghezze delli ballatoi, o altre cose che escono fuori delli diritti delli edificij.

Come

Come si misurino le dette linee a piombo, con il quadrante del cerchio, & prima della proportione delle ombre. Cap. IX.

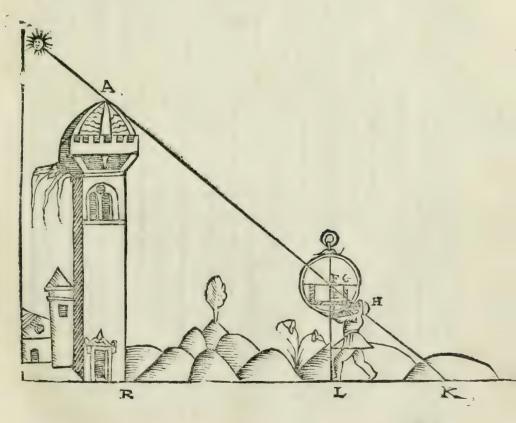
NON è nessuno di mediocre ingegno, che non sappia, che le ombre causate dal Sole, & dalle torri, o altri edificij, ne quali battendo il Sole, le ribatta in terra, si chiamano ombre rette; & è chiaro, che queste nel leuar del Sole, & nel tramontare ancora si distendono in infinito; & nel salir ad alto il Sole, u anno proportionalmente scemando, sino a che egli arriui alla hora determinata del mezo giorno, nel qual punto sono piccolissime; & poi declinando egli da detto punto, uerso Occidente, vanno continouamente crescendo fino al tramontare, nel qual punto sogliono esser lunghissime: Ma questo accrescere, & scemare dell'ombre è talmente proportionato, che tronandosi il Sole ne punti vgualmente discosto dalla linea del mezo giorno, causa, le medesime ombre, cosi nel salire, come nel tramontare. Mediante questa osseruatione adunque delle ombre, ci sarà facile il potere misurare con il quadrante del cerchio le altezze di quelle torri, o edificij, che le causano, in questa maniera. Dirizzisi a raggi del Sole il lato sinistro di detto quadrante, & alzisi, o abbassisi il lato destro, oue sono le mire (lasciando sempre andare libero il piombo col filo doue ei vuole) tanto che il raggio del Sole passando per l'vna, & l'altra mira ci dia il punto doue batte il filo. Notisi detto pũto: percioche se ei batterà nel lato B C, *il che suole accadere ogni uolta, che l'altezza del Sole nõ passa 45. gradi, come per esempio si dica, che batta nel punto* E *mezano infra il* B *& il* C; *in tal caso l'ombra sarà maggiore, che il corpo che la causa; & in quella proportione, che corrispondono le dodici parti, cioè il lato tutto del quadrante, ad esse*

parti compreſe dal filo. Come ſe, per modo di eſempio, il filo intraprendeſſe ſei parti; & la propoſtaci altezza da miſurarſi fuſſe G F, *et la ſua ombra terminata da raggi del Sole fuſſe* G I. *Conciosia che il* 12. *ha proportione di dupla al* 6. *cioè di l'un due, a corriſpondenza l'ombra* G I *ſarà per duoi uolte la propoſtaci altezza* G F. *Miſuriſi adunque l'ombra* G I, *la quale ſia, per modo di dire,* 20. *paſſi, già ſapremo tre coſe manifeste, di modo che mediante la regola delle quattro proportionali, multiplicando la ombra per le parti cõpreſe dal filo, et diuiſo poi il multiplicato per il lato del medeſimo quadrante, la parte di detta diuiſione ci darà la propoſtaci altezza; et lo eſempio è, che ſi multiplichi li* 20. *paſſi della ombra per le ſei parti compreſe dal filo, et ſi parta poi il* 120. *che ce ne verrà per il* 12. *che ſono le diuiſioni di tutto il lato del quadrãte, et ce ne uerrà* 10. *pilche ſi dirà cõ verità, che la ꝓpoſtaci altezza* G F *ſarà* 10. *paſſi.*

La ragione è; che i duoi triangoli A B E, & F G I, *ſono l'un per l'altro di angoli uguali. Conciosia che lo angolo* A B E *è vguale allo angolo* F G I; *peroche l'uno, & l'altro è retto, o uogliamo dire a ſquadra. Lo angolo ancora* A E B, *è uguale allo angolo* G F I, *come quello, che è uguale allo altro* D A E, *il quale è uguale al medeſimo angolo di dentro a lui oppoſto* G F I, *ſecondo la ventinoueſima del primo di Euclide. Adunque lo angolo rimanente* B A E *è ſecondo la trentuneſima del primo uguale allo altro rimanente* G I F. *Là onde eſſi triangoli* A B E, & F G I, *ſono di angoli uguali; & perche i lati, che ſono intorno ad angoli uguali, ſono infra loro proportionali, ſecondo la quarta del ſeſto; ſi come* A B *corriſponde al* B E, *coſi corriſponde ancora il* G I *alla altezza* G F.

Ma quando il filo batterà nel punto G *termine mezano, infra l'uno, & l'altro lato, ogni ombra all'hora è vguale all'altezza della torre, o di qual altro corpo, che la cauſi, puoſſi adunque miſurare*

quante

interſegaſſi le otto parti di detta ſcala, nel lato D E, *& la ombra gia nota a noi, cioè* B C, *fuſſe* 24. *et la ſcala tutta ſappiamo che è* 12. *dirò ſe otto parti della ſcala mi dà* 12. *che mi daranno ventiquattro? Multiplichiſi adunque la ombra p la ſcala intera, cioè* 24. *per* 12. *et ce ne verrà* 288. *ilqual numero diuidaſi per le interſegate parti della ſcala, che furno otto, & ce ne verrà* 36. *il quale numero ſarà apunto la altezza della torre, che noi cercauamo. Ma perche mediãte la piccolezza delli Aſtrolabij, o altri ſimili inſtrumẽti, le par*

ti della

ti della ſcala non ſi poſſon coſi preciſamente pigliare ſecondo la altezza del Sole, accioche in queſto luogo non ci manchi coſa alcuna, ho poſto quì di ſotto al diſegno dell'operatione, una Tauoletta del Re Alfonſo, per la quale noi potremmo vedere, quali parte della ſcala corriſpondino a qual ſi voglia grado, o minuto della altezza del Sole, la qual ſarà molto commoda ad alcune coſe che ſeguiremo di dire.

Tauola dell'una ombra & dell'altra, cioè della retta, & della uersa, di quanti diti, & minuti, corrispondono di essa, a ciascun grado & minuto del Sole, o della Luna.

Altezza		Parti della scala intersegate.		Altezza		Parti della scala intersegate.	
Gradi	Min.	Diti	Min.	Gradi	Min.	Diti	Min.
1	12	0	15	27	55	6	15
2	25	0	30	28	29	6	30
3	38	0	45	29	24	6	45
4	50	1	0	30	18	7	0
6	0	1	15	31	9	7	15
7	12	1	30	32	0	7	30
8	21	1	45	32	51	7	45
9	31	2	0	33	43	8	0
10	42	2	15	34	30	8	15
11	53	2	30	35	18	8	30
13	0	2	45	36	6	8	45
14	8	3	0	36	54	9	0
15	14	3	15	37	37	9	15
16	19	3	30	38	56	9	30
17	23	3	45	39	5	9	45
18	26	4	0	39	49	10	0
19	28	4	15	40	30	10	15
20	30	4	30	41	10	10	30
21	32	4	45	41	51	10	45
22	34	5	0	42	31	11	0
23	33	5	15	43	8	11	15
24	33	5	30	43	47	11	30
25	33	5	45	44	24	11	45
26	33	6	0	45	0	12	0

Ma se ci occorrerà misurare le altezze mediāte quelle ombre, che verranno dal Sole, quando sarà in manco che in 45. gradi di altezza auertiremo; che nel misurar passato, la ombra haueua la medesima proportione alla torre, che haueuano le parti della scala intersegate dalla linda, a tutta la scala. Ma nel modo di questo misurare, cosi come tutta la scala corrisponde alle parti sue intersegate dalla linda, cosi corrisponde l'ombra della torre ad essa torre. Sospendasi adunque lo Astrolabio per il suo anello, & piglisi la altezza del Sole, & ponghiamo che sia a gradi 40. & considerisi qual parte della scala venga intersegata dalla linda. Dipoi misurisi la ombra a passi, o a piedi, & multiplichisi il numero di detti passi, per le parti intersegate della scala; et quel che ce ne viene, si diuida per la scala intera, cioè per 12. & quel che ce ne resterà, sarà la altezza della torre. Quì giudico io necessario dichiarare, che cosa sia ombra retta, et ombra uersa. Ombra retta si chiama quella di essa scala, la qual cadrà da qual si voglia altezza (non passando il Sole il quarātacinquesimo grado di eleuatione, sopra del nostro Orizonte) che si cōprende dalla linea retta distesa per il piano, atteso che quel lato della scala ci rappresenta la linea del piano. Ombra uersa è quella, che quando il Sole non arriua alli 45. gradi, nō cade piu nel lato della ombra retta, ma nello altro, & si chiama uersa, cioè riuolta allo insù per l'altezza, ad angoli retti. Et per facilitare le cose a et[illegible] dico che il lato della scala D E, *è quello che rappresenta il lato della ombra retta, che è il medesimo che la linea del piano. Se adunque il razzo del Sole dalli 40. gradi di sua altezza, batterà nella decima parte della ombra uersa, & si distēda fino al* K, *nella linea già tirata del piano che sia* B K. *Et dal* K *si tiri una parallela fino alla* F F, *che sia* K L, *haremmo già tre triangoli ad angoli retti, il primo* F I H, *il secondo* F L K, *& il terzo* A B K. *Hora si*

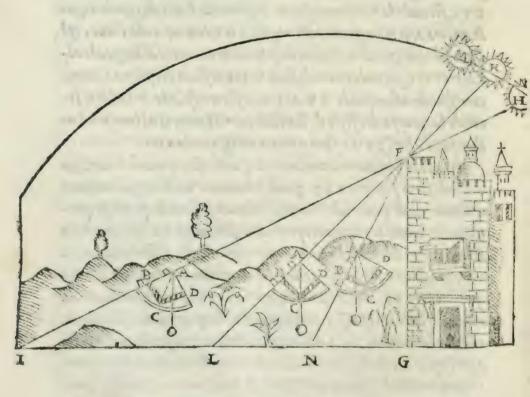
Ombra retta, & ombra uersa.

come

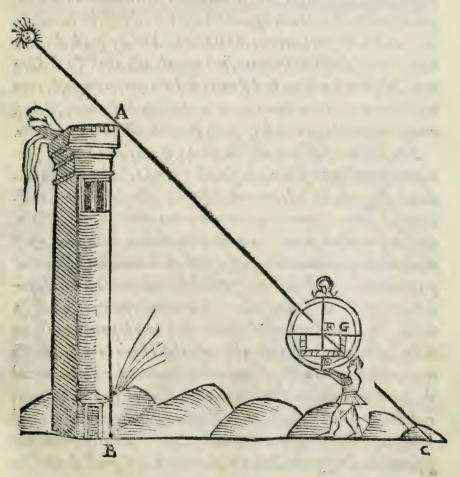
quante braccia, o passi sia l'ombra, & saprassi l'altezza della torre. Et q̃sto auiene, ogni uolta che il Sole è precisamẽte alla altezza di 45. gradi, & p esempio si è messo nella figura di sotto l'altezza G F, *essẽdo il Sole in* K, *cioè ne' 45. gradi d'altezza, o che nõ li passi, il raggio del quale* K L *pare che termini l'ombra* G L, *a punto uguale all'altezza della torre* G F. *o se altro corpo fusse che la causasse.*

La ragione è; perche i triangoli A C D, & F G L, *sono di angoli uguali: cõciosia che lo angolo* C A D *è uguale allo oppostoli di dentro* G F L, *secondo la uentinouesima del primo di Euclide; & lo angolo ancora* A D C *è uguale allo angolo* F G L, *conciosia che l'uno, & l'altro è retto; perilche l'altro angolo ancora* A C D *sarà uguale all'altro* F G L, *secondo la medesima trentunesima del primo. Come corrisponde adunque lo* A D *al* D C, *cosi corrisponde* F G *al* G L *secondo la quarta del sesto di Euclide, & il lato* A D *al lato* D C: *adunque l'altezza* G F *sarà uguale ad essa ombra* G L.

Ma se il filo batterà nel lato C D *(ilche fia, quando l'altezza del Sole sarà piu che a 45. gradi) l'ombra all'hora sarà minore della torre, o di quale altro corpo, che la causi, secondo quella proportione, che hanno le parti intraprese dal filo con il* 12. *cioè con tutto il lato del quadrante. Et seruaci per esempio, che il filo batta nel pũto* E, & *essa* D E *sia sei di quelle parti medesime, che tutto il lato del quadrante è* 12. *cioè il lato* C D. & *sia l'ombra* G N *terminata da raggi del Sole* M N *passi* 5. *percioche il* 6. *ha proportione subdupla, cioè per la metà al* 12. *Sarà ancora l'ombra* G N *per la metà della altezza* G F. *Multiplichisi adunque secondo la regola delle quattro proportionali il numero de' passi di detta ombra, cioè il* 5. *per il* 12. & *ce ne verrà* 60. *il quale partasi per le intraprese parti del* C D, *cioè per* D E, *che fu* 6. *vedremo che ce ne verrà* 10. *a punto. Adunque la propostaci* G F *sarà alta* 10. *passi.*

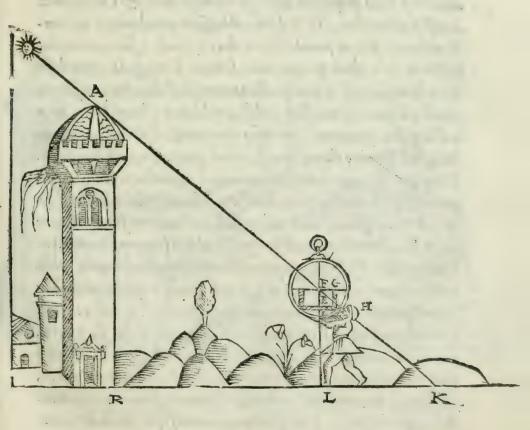
La ragione è, che i duoi triangoli A D E, *&* F G N, *sono di angoli uguali, secondo le allegate molte uolte ventinouesima, & trentunesima del primo di Euclide. Et perche lo angolo* A D E *è uguale allo angolo* F G N, *secondo la quarta dimanda: Corrisponderà adūq; per la quarta del sesto* N G *al* G F, *in quella proportione, che corrisponde lo* E D, *al* D A, *& per piu chiarezza veggasi il disegno presente. Conciosia che da quello si potrà ogni ragioneuole ingegno chiarire delle cose dette di sopra.*

In questo medesimo modo si può operare sia l'ombra grande quanto si vuole, & intraprenda il filo quante parti si siano del lato B C, *o del*

del lato C D, *come di ſopra ne moſtra la figura, dando lo eſempio delle tre dimoſtrationi, che non può fallire, ſe il quadrante ſi adoperà a ragione, che il raggio del Sole paſſi per amendue le mire, & il filo con il piombo corra libero a qual ſi uogliano parti, di qual ſi uoglia lato del quadrante.*

Nel medeſimo modo che ſi miſurano le alteZze mediante le ombre con il quadrante, ſi poſſono ancora miſurare con lo Aſtrolabio,

ma la operatione si farà in questo modo. Et prima pongasi, che la altezza del Sole sia a 45. gradi, & il lato della ombra retta della scala sia E D, & della ombra uersa sia D G. & il cẽtro della linda sia F, p le mire della quale passi il raggio solare. sarà adũque la parte del raggio solare A C, basa di un triangolo di lati uguali, come la F D è ancor essa la basa del triangolo F E D dello Astrolabio, & lo angolo B. piede della torre è angolo retto del triangolo, che ha duoi lati uguali, cioè A B, & B C, si come nello Astrolabio è ancora angolo retto la E de duoi lati uguali E F, & E D: dicesi che la ombra, che verrà dalla torre, mentre che il Sole sarà ne' 45. gradi di eleuatione, sopra del nostro Orizonte, sarà uguale alla altezza di detta torre. Misurata adũque la distantia di detta torre, o con passi, o con braccia, o con piedi, harẽmo a punto la altezza di essa torre, ilche si proua mediãte la quarta del sesto di Euclide, allegata altre volte.

Ma se il Sole fosse piu alto che alli 45. gradi sopra dell'Orizonte, come per esempio si dica, che sia alli 56. posta che harẽmo la linda ad esso grado del Sole, tenendo sospeso lo Astrolabio per lo anello, considerisi precisamente quante parti ella interseghi della scala, & si misuri dipoi, a passi, o a piedi detta ombra della torre, & si multiplichi quel numero de passi, o piedi, che troueremo per 12. cioè per vno intero lato della scala & quelche ce ne verrà si diuida per le parti intersegate dalla linda, & haremmo a punto la altezza della torre. Imperoche quel rispetto che hanno le parti intersegate della scala dalla linda, a tutta la scala. Cosi l'harà la ombra di essa torre a tutta la torre. Et cosi hauendo già notitia di tre termini, cioè di quanti passi, o piedi è l'ombra, delle parti intersegate della scala, et dello intero lato della scala. Facilmente p la regola delle tre cose verremo in notitia del quarto termine. Come se per esempio noi fingessimo, che il raggio del Sole A C, che vien da 56. gradi di altezza

intersegassi

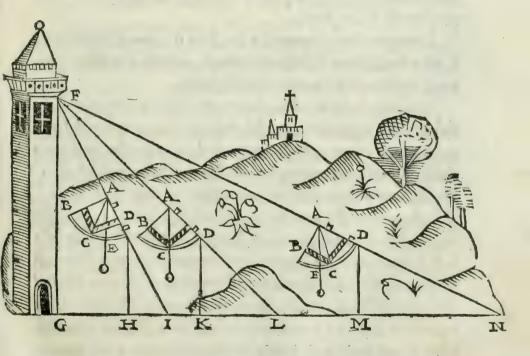
come le parti interſegate G H *corriſpondono alla* G F, *ouero allo* H I, *cioè a tutta la ſcala, coſi la* F L *corriſponde alla* K L, *che è la linea del piano. Adunque hauendo noi tre termini noti, verremo per la regola delle tre coſe in cognitione del quarto, che è* A B ; & *ponghiamo, che i paſſi della ombra ſieno* 14. *i quali multiplichinſi per le parti interſegate della ſcala, che furno* 10. & *ce ne verrà* 140. *il qual numero ſe ſi partirà p* 12. *intero lato della ſcala, ce ne reſterà* 8. *che ſarà a pũto la altezza della torre, che andauamo cercando.*

Come

Come si misurino dette altezze con il medesimo quadrante, senza la consideratione delle ombre, ma solo con i raggi della veduta. Cap. X.

MOLTE *volte ci puo accadere il volere misurare le altezze, quando il Sole non è scoperto, & che non causa l'ombre. però in tal caso seruirenci de raggi della veduta in questa maniera. Voltisi la mira sinistra del quadrante alla cima della propostaci altezza da misurarsi, & l'altra parte accostisi allo occhio. Alzisi di poi, o abbassisi il quadrante (lasciando andare il filo col piombo libero, doue ei vuole) fino a tanto che, passando la veduta per amendue le mire, si vegga la cima della torre da misurarsi. Fatto questo auuertiscasi doue batte il filo col piombo, il quale di necessità cadrà, o nel lato* B C, *o nel lato* C D, *o nell'angolo* C, *punto mezano infra l'un lato & l'altro, secondo che la basa della torre da misurarsi, ci sarà piu presa, o piu lontana. Dicasi per la prima demostratione, che il filo batta nel lato* C D *al punto* E, *& che la propostaci altezza della torre da misurarsi sia* G F. *Et ci bisogna lasciare cadere dall'occhio, che misura, fino a terra un filo a piombo, ordinato per questo, al quale porremo nome* D H. *Fatto questo si debbe aggiugnere allo indietro alla distantia, nella quale ci trouiamo, la parte di essa* D H, *presa in quella medesima proportione, che hanno le parti intraprese* D E *al* 12. *cioè a tutto il lato del quadrante. Et seruaci per esempio, che il* D E *sia parti* 6. *perche* 6. *è la metà di* 12. *aggiungasi la metà di essa* D H, *come è a dire* H I, *a dirittura & a lungo di* G H. *Talche la linea diritta* G I, *ci seruirà in cambio dell'ombra, & il punto* I, *seruirà per termine del raggio del Sole. Vedesi adunque manifesto, che la linea retta* G I,

ta G I, *è minore della altezza* G F, *& secondo quella proportione, che hanno le parti* D E *al lato* A D. *Come se per esempio* G I *fusse 9. passi, multiplicando 9. per 12. ce ne verrà 108. il che partito per 6. cioè per* D E, *ci resteria 18. che tanti passi sarà l'altezza* G F, *simili alli 9. detti di sopra.*

La ragione è che, i duoi triangoli A D E, & F G I, *sono di angoli uguali; & i lati di essi angoli respettiuamente sono fra loro proportionali, mediante quelle ragioni medesime, che già molte volte habbiamo detto di sopra.*

Ma

Ma quando il filo caderà nel punto C, *cioè nello angolo a punto del quadrante; lasciatosi cadere il filo col piombino dello occhio sino a terra, che sarà* D K; *conciosia che del triangolo* A D C, *i duoi lati* A D, & A C, *sono uguali l'un l'altro, ci bisogna aggiugnere tutta la lunghezza* D K *per allo indietro ad essa* G K, *cioè* K L. *Et in tal caso tanto sarà la* G L, *quanto è l'altezza da misurarsi* G F. *Conciosia che la lunghezza* G L *ci serue per l'ombra, che causerebbe il Sole, se non passasse 45. gradi di eleuatione: onde auiene, che in quel medesimo modo, che corrisponde* A D *al* D C, *corrisponde ancora la lunghezza del piano alla altezza* G F. *Misurisi adunque* G L, & *haremmo l'altezza* G F; *conciosia che l'una, & l'altra, mediante il poco fà dato esempio, sarà passi 18. & in questo medesimo modo si puo fare delli altri simili.*

La ragione è, che i triangoli A D C, & F G I, *sono di angoli ugua li infra loro, & però di lati proportionali, come si è dimostro ne capitoli passati, che per breuità non si replica.*

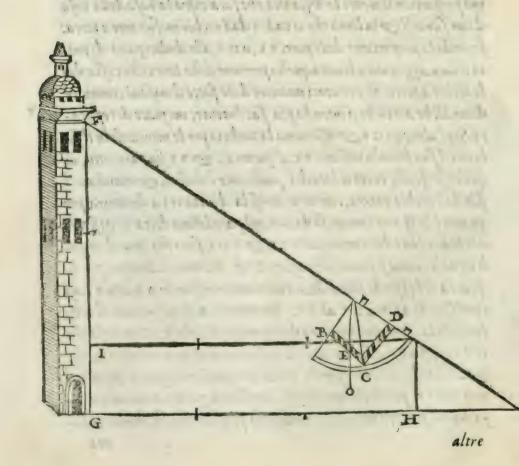
Ma quando il filo cadrà, o batterà nel lato B C, *come sarebbe a dire al punto* E, *essendo l'altro filo dallo occhio a terra* D M, *bisogna operare per il contrario del primo modo detto in questo Cap. Conciosia che in quella proportione, che corrisponde il lato* A B *al* B E, *corrisponderà ancora* M N *alla linea a piombo* M D, *come che se* B E *fusse 6. di quelle stesse parti, che tutto il lato è 12. perche il 12. corrispõde al 6. per due tanti, essa* M N *debbe esser lunga per due uolte essa* M D. *Seruirà adunque il punto* N *per termine del raggio solare, &* G N *sarà in cambio dell'ombra, mediante laquale si trouerebbe l'altezza* G F, *essẽdo il Sole a 45. gradi di eleuatione. Dicasi per esempio che* G N *sia passi 36. multiplichisi 36. per 6. che sono le parti di essa* B E, *ce ne uerrà 216. il qual numero partito per 12. ce ne verrà 18. che sarà l'altezza medesima di* G F *in quello stesso modo,*

che

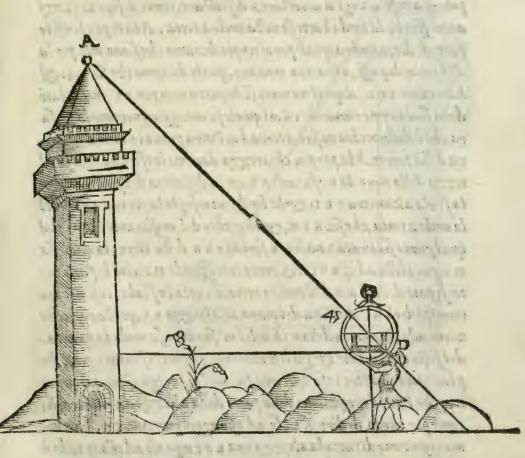
che si trouò nelle altre regole di questo Cap. Et perche nel passato Cap. lasciamo manifesto, che la linea retta G F *superaua la* G N, *&* *era in quella proportione, che il* 12. *lato intero del quadrante è alla parte* B E. *Cosi interuiene ancora in questo modo presente, che il* G N *è* 36. *di quelle parti, che la* G F *è* 18.

La ragione è; che i triangoli A B E, *&* F G N, *sono di angoli uguali; & i lor lati sono infra loro proportionali, come già molte volte si è dimostro.*

Troueremo vniuersalmente il medesimo, ogni uolta che haremmo proportionalmente la distantia, che sarà infra la basa della cosa da misurarsi, & la linea che ci cadrà dall'occhio misurante a terra: secondo la proportione delle parti B E, *o* D E, *alle dodici parti di tutto il lato, aggiunta, o leuata quella portione della linea che casca dallo occhio a terra, al venutoci numero delle fatte diuisioni, come si è detto. Ilche acciochè si intenda piu facilmente, mi piace di replicare. Sia l'altezza* G F, *& osseruata la veduta per le mire, caschi il filo con il suo piombo nel lato* B C *al punto* E, *&* B E *sia parti otto, di quelle stesse, che tutto il lato del quadrante è dodici, & mandato il filo dall'occhio a terra, cioè* D H, *tirisi la diritta* D I *a dirittura per quanto è lo spacio intrapeso da* G H, *& paralella a detta* G H: *si vede chiaro, che i duoi triangoli* A B E, *&* F D I, *sono fra loro di angoli uguali, come si prouò nel passato Cap. Occorre adunque, per la quarta del sesto di Euclide, che come corrisponde* A B *al* B E; *cosi corrisponde ancora* D I *al* I F. *Imperoche al* D I *è uguale il* G H, *secondo la trentaquattresima del primo di Euclide. Conciosia che* D H G I *sia un paralellogramo, o vogliamo dire quadrilungo, tal che in quel modo che corrisponde* A B *al* B E, *cosi corrisponde ancora il* G H *allo* I F. *perciochè quelle cose, che sono uguali ad vna altra cosa, hanno fra loro ancora la medesima proportione, secondo la setti-*

ma del quinto di detto Euclide. Sia adũque per modo di esempio G H *braccia* 18. *pche il* 12. *è in proportione sesquialtera, cioè della metà più allo* 8. *così ancora* G H, *sarà per una uolta, & mezo la* I F. *Multiplichisi adũque le* 18. *braccia* G H, *per le* 8. *parti di essa* B E, *et ce ne verrà* 144. *ilche partẽdo per* 12. *ce ne verrà pure* 12. *che tante braccia sarà la* I F, *allaquale si aggiugnerà la linea a piombo* D H, *cioè braccia* 4. *& ce ne verrà l'altezza* G F, *che sarà braccia* 16. *Cõciosia che essa* D H *è uguale alla* G I *secõdo la medesima trẽtaquatresima del primo. Il medesimo a proportione interuiene delle*

altre

altre cose, caschi il filo doue si uoglia, & sia lo spacio G H *ancora quanto si uoglia. Nondimeno il primo modo dello operare, pare che piu si confaccia con le proportioni delle ombre. Talche in prima vista piacerà piu a manco esercitati.*

Il medesimo si puo fare ancora con lo Astrolabio: imperoche già si dimostrò, che dalli 45. gradi, cioè dallo angolo D *della scala, le torri scuotano sempre le ombre uguali alle loro altezze: adũque se noi ci troueremo a liuello sul piano della torre, & porremo la lin-*

da alli 45. gradi, cioè all'angolo detto D *della ſcala, andaremo acco-ſtandoci, o diſcoſtandoci tanto da detta torre, che ueggiamo la ſua cima per le mire che ſia* A. *all'hora annouerati con paſſi, o braccia lo ſpacio che è da noi alla torre, & preſa dipoi la altezza dello occhio noſtro a terra & la aggiugneremo a detti paſſi, o braccia, haremmo a punto la altezza della torre che cercauamo.*

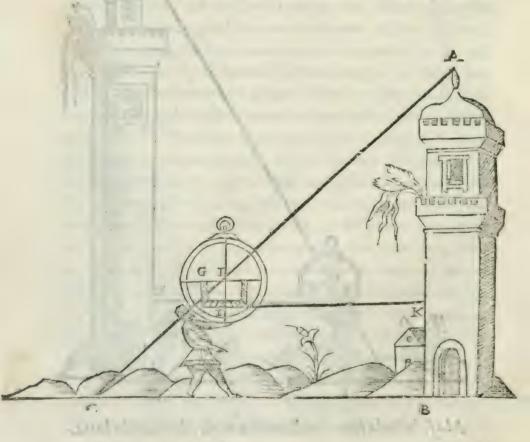
Et ſe per ſorte noi trouaſſimo, che la altezza della torre non corriſpondeſſi alli 45. gradi, per non hauere la comodità del piano da poterſi a noſtra voglia accoſtare, o diſcoſtare, come di ſopra, anzi auenisſe che la linda batteſse nella ombra retta. Multiplichinſi le parti di detta ombra, quali per eſempio diciamo che ſiano otto per la diſtantia de paſſi, o braccia trouata, quale diciamo che ſia 24. & haremmo 192. il qual numero ſe lo partiremo per 12. intero lato della ſcala, ce ne rimarrà 16. al quale ſe noi aggiugneremo la miſura, che è dallo occhio noſtro a terra, harēmo a punto la intera altezza della torre. Ma per piu chiarezza daremo lo eſempio. Sia la altezza della torre da miſurarſi A B. *& la diſtantia del piano* B C, *& la ſcala altimetra* F E D, *& la linda interſeghi la ottaua parte della ombra retta, che ſia* A F H, *& lo occhio del miſurante ſia* H, *dal qual punto ſia tirata vna linea, ſino alla* A B *della torre, la qual ſia* H K, *paralella ad eſsa* B C: *coſi come corriſponde* H E, *cioè le parti interſegate della ſcala dell'ombra retta, a tutta la ſcala; coſi ancora corriſpōderà* B C, *diſtātia del piano, all'altezza* A K, *quella cioè, che viene ad eſsere ſopra dello occhio del miſurante, ſecondo la quarta del ſeſto di Euclide. & già li tre termini paſsati ci ſon noti, perilche p la regola delle tre coſe verremo facilmēte in cognitione del quarto: pche hauēdo cognitione della parte della altezza da miſurarſi, come per modo di dire* A K, *ſe ad eſſo aggiugneremo* K B, *haremmo cognitione di tutta la altezza: ma* K B *è uguale ad eſsa* H I, *che è*

lo ſpacio

lo ſpacio, che è dallo occhio del miſurante a terra per tanto ſe noi aggiugneremo alla A K *la detta noſtra altezza dello occhio, verremo indubitatamente in cognitione di tutta la* A B, *che era quel che voleuamo dimoſtrare.*

Ma ſe la linda batterà nella ombra uerſa, diciamo che batta

alle 10. parti, & la distantia del piano sia 24. passi, o braccia, multiplichisi questo 24. per le 10. cioè p le parti intersegate della detta ombra uersa, et ci darà 140. il qual numero diuiso per le intere parti della scala, che è 12. ci rimarrà 20. che sarà l'altezza della cosa da misurarsi dallo occhio nostro in su: al qual numero se noi aggiugneremo la altezza, che è dall'occhio nostro al piede, harẽmo la intera altezza della torre: et eccone l'esempio. sia l'altezza da misurarsi A B, *et la distãtia del piano* B C, *& la scala altimetra* F E D; *& la linda, che intersega la decima parte della ombra versa, sia* A

F H,

F H, donde si lasci cadere il piombo H I, che è l'altezza del misurante dall'occhio al piede, & dalla H si tiri una linea alla A B. paralella ad essa I B, che sia H D K, per tanto H D K sarà uguale ad essa I B, & K B uguale ad essa H I. Horamai si come F E tutta, cioè la scala, come quella che è uguale alla D G, corrisponde alla H G parti intersegate, cosi H D K distantia del piano, come che ella è uguale alla I B, corrisponde alla K A parte della altezza da misurarsi. secōdo la quarta del sesto di Euclide. perilche hauendo noi già notitia de tre termini, facilmente verremo in notitia del quarto, come già tante uolte si è detto, mediante la regola delle tre cose. Aggiugnendo adunque alla K H la misura di essa K B, che è uguale alla H I, cioè l'altezza dallo occhio nostro a terra sapremo quanta sia la altezza della torre A B, che è quello noi cercauamo.

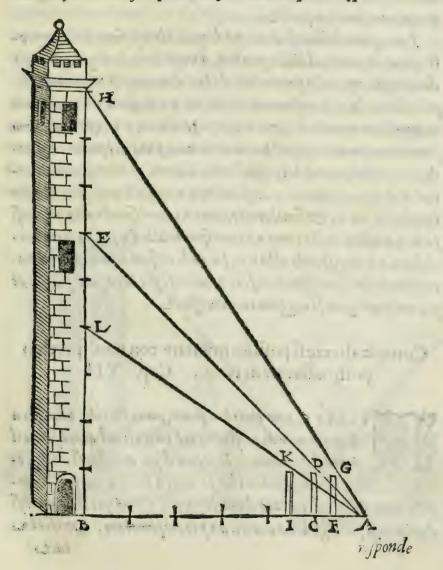
Come dette altezze si possino misurare, senza nessuno quadrante, ma solo con una asta in piu modi. Cap. XI.

PVOSSI ancora senza alcuno quadrante, misurare dette altezze secondo una regola, che a tempi nostri ci ha dato Oronzio; & secondo già ne insegnò ne tēpi suoi il giudicioso, & non meno accorto, che dotto Leon battista Alberti: ma per non confondere l'un modo con l'altro, dirò quello di Oronzio, Matematico inuero accuratissimo nella età nostra. Dico adunque, che apparecchiatasi una asta non molto lunga: ma sopra tutto dirittissima, diuisa in quelle piu, o meno parti, che si voglino, sieno braccia, o meze braccia, o terzi di braccia, o soldi, o danari, si come si usa diuidere il braccio Fiorentino. Quando esattamente si vuole con esso misurare alcuna cosa, che ordinaria-

mente si diuide in soldi 20. & ogni soldo in 12. denari. Fatto questo, rizzisi detta asta a piombo in sul piano: di su il quale la propostaci torre, o altezza da misurarsi, si rilieui ad angolo retto; et posto conseguentemente l'occhio in terra, bisogna accostarsi, o discostarsi tanto da essa asta, che la ueduta dello occhio passando per la cima del l'asta, arriui alla cima della torre da misurarsi. Misurisi di poi lo spacio, che è infra lo occhio, & il piè dell'asta, con le medesime misure, cõ che è scompartita l'asta: dicesi che in quella proportione, che corrisponde l'asta allo spacio detto, corrisponde ancora la propostaci altezza alla distantia del piano intrapresa infra l'occhio, & la basa di essa torre, o altezza. Perilche se l'asta, & il detto spacio saranno uguali, si potrà dire, che lo spacio infra l'occhio, & la basa, sia ancora esso uguale alla altezza propostaci. Come nella figura, che segue, si uedrà lo esempio dell'asta C D, & dello spacio A C, che sono uguali, cosi come è uguale ancora l'altezza B E, allo spacio intrapreso fra l'occhio A, & la basa della torre E, che l'una, & l'altra è per sei aste.

Ma se ci occorresse, che lo spacio infra lo occhio & la asta fusse minore della asta, egli è chiaro che la propostaci altezza sarà maggiore dello spacio intrapreso fra lo occhio & la basa della propostaci altezza; & detta altezza corrispõderà alla lũghezza del piano intrapreso fra l'occhio, & piè della asta, come dimostra lo esempio della asta F G, & dello spacio A F, che è due parti solamente di quelle, che l'asta è tre. Si come adunque l'asta è per una uolta, et mezo dello spacio A F, cosi ancora l'altezza B H, è per una uolta, et mezo la lunghezza A B. Di quelle medesime parti adunque, che la lunghezza A B sarà sei, la B H sarà noue. Debbesi adunque arrogere ad essa A B la metà di se stessa, quanto alla lunghezza, & ce ne verrà l'altezza del B H.

Ma se

Ma se lo spacio infra lo occhio, & il piè della asta, sarà maggiore della asta, la distantia del piano, infra l'occhio, & la basa della torre, sarà maggiore, che la propostaci altezza, & in quella proportione auanzerà detta altezza, che lo spacio auanza l'asta. Come facilmēte si vede lo esempio dell'asta I K, *alla quale lo spacio* A I *cor-*

risponde

risponde per sesquialtera, cioè p la metà piu. Là onde la lũghezza del piano A B *è per una uolta, & mezo della lunghezza* B L: *adunque se* A B *sarà sei parti, la altezza* B L *quattro parti simili. Debbesi adunque trarre la terza parte di* A B, *acciò ci rimanga la propostaci altezza* B L, *& il simile si debbe fare di tutte le altre respettiuamente simili a queste.*

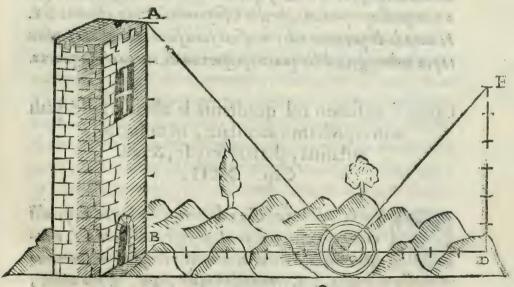
La ragione delle cose dette, & di qual altre si sieno simili a queste, pare che uenga dalla ugualità, ò uogliamo dire agguaglianza de li angoli, & dalla proportione de lati de triangoli. Conciosia che per ridurre la cosa in somma, i triangoli A C D, & A B E, & *i duoi triangoli ancora* A F G, & A B H, & *gli altri* A I K, & A B L, *sono scambieuolmente uguali per la uentinouesima del primo. Là onde secondo la quarta del sesto, si come il lato* A C *corrisponde al lato* C D *del triangolo* A C D, *cosi la linea retta* A B *corrisponde alla lunghezza* B E; & *similmente, come* A F *corrisponde alla* F G, *cosi fa la* A B *alla* B H. *Et come* A I *corrisponde allo* I K, *cosi la retta medesima* A B *corrisponde alla* B L, *facendo respettiuamente comparatione de lati corrispondentisi, le quali cose per le ragioni già piu, et piu uolte allegate si ueggono euidentissime.*

Come le altezze si possino misurare con uno specchio posto adiacere in terra. Cap. XII.

PIGLISI *uno specchio piano, come sarebbe una spera di acciaio, o di cristallo, & pongasi adiacere sopra il piano del terreno. Bisogna dipoi accostarsi, o discostarsi tanto a detto specchio che si uegga in esso rappresentarsi la cima della torre, o casa da misurarsi; oltre a questo mandisi dall'occhio, che sguarda a terra un filo col piombino. Dicesi che*

tale

tale proportione harà lo spacio intrapreso infra il piombino del filo, & il centro dello specchio, alla lunghezza di esso filo, & piombino, che harà la lunghezza del piano, intrapresa fra lo specchio, & la basa della torre da misurarsi, alla propostaci altezza. Seruaci per esempio, che la torre che si harà a misurare sia A B, *& lo specchio* C, *& lo occhio che misura* E, *dal quale si mandi il filo a piombo sino in terra, che sia* E D: *dicesi che come* C D *corrispõde al* D E, *cosi il* C B *corrisponde alla propostaci altezza* B A. *Talche se* D E *fusse sei di q̃lle parti, che il* D C, *è* 5, *a corrispondẽtia la altezza* B A *sarà sei di quelle parti, che la lunghezza dei piano* B C *sara* 5. *Misurisi adũque* B C, *& aggiungauisi la quinta parte, & haremmo* A B: *& per maggiore chiarezza ueggasi la figura, che segue: ne uò mancare di dire, che questa operatione si può fare con un vaso di acqua in cambio dello specchio.*

La

La ragione è; che i duoi triangoli A B C, *&* C D E, *ſono infra loro di angoli uguali: Percioche il raggio della veduta* E C A *ſi riflette ad angoli uguali; ſecondo la ſeſta della ſeconda parte della proſpettiua comune; & ſecondo la duodecima, & decimatertia della proſpettiua di Vitellione, adunq; lo angolo* A C B *è uguale allo angolo* D C E, *& il retto* B *è uguale allo altro retto* D, *ſecondo la quarta dimanda. Lo altro adunque* B A C, *è uguale allo altro* C E D *ſecondo la trentuneſima del primo di Euclide. Sono adunque i triangoli* A B C, *&* C D E, *di angoli uguali, & le corde, o lati, che ſono ſotto ad angoli uguali, ſono fra loro proportionali, ſecondo la quarta del ſeſto. Come adunque il* C D *corriſponde al* D E, *coſi fà ancora il* C B *al* B A. *Onde auiene, che ſe* D E, *linea a piombo, ſarà uguale alla* D C, *la* A B *a corriſpondentia ſarà uguale alla* B C. *Et ſe eſſa* D E *ſarà minore della* D C, *la altezza propoſtaci* A B *ſarà minore ancora dello ſpacio* B C, *& ſupererà il* B C *la medeſima altezza* A B *in quella proportione, che il* D C *ſupererà la linea a piombo* D E. *Hauendo dũque notitia di tre coſe, ci ſarà facile, ſecondo la replicata piu uolte regola delle quattro proportionali, ritrouare la quarta.*

Come ſi miſurino col quadrante le altezze, alle quali non ci poſſiamo accoſtare, ne miſurare la diſtantia, che ſarà fra eſſe, & noi. Cap. XIII.

SONO alcune altezze di torri, o d'altri edificij, alli quali, o per impedimenti di foſſi, o di fiumare, o laghi, non ci è lecito accoſtarci; le quali miſureremo in queſta maniera. Ritrouandoci in un piano, de piu uicini, o commodi che ui ſieno, rizziſi il quadrante ſopra il lato A B,

ouero

ouero A D *con angoli retti da ogni banda, uoltato l'uno de lati, o* B C, *o* A D, *alla altezza da misurarsi. Alzisi dipoi, o abbassisi la linda (messo sempre l'occhio al punto* A) *sino a tanto che passando la ueduta dello occhio per amendue le mire arriui alla cima della cosa da misurarsi. Fatto questo guardisi doue batte la linda in quel lato del quadrante, che è uolto uerso detta altezza, & notisi da parte il numero determinatore delle ꝑportioni, che ha il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda. Accosteremoci dipoi, ouero discosteremoci a dirittura della propostaci altezza, o torre, secondo la commodità del piano del terreno; & faremo la seconda operatione della ueduta, considerata mediante la proportione, che ha il lato intero del quadrante alle parti comprese dalla linda, & parimente porremo da parte il secondo numero denominatore di tale proportione. Traggasi dipoi il denominatore minore del maggiore delle osseruate proportioni, & serbisi da parte. Fatto questo, misurisi lo spacio, doue stemo infra l'una positura, & l'altra ad operare, intrapreso dallo angolo* A *dell'una, & dell'altra operatione; et quel numero che ce ne viene, partasi per quello ultimo, che si serbò da parte, quando si trasse l'uno denominatore dallo altro; & quel che ne verrà per parte sarà la quantità della propostaci altezza, alla quale non era permesso di accostarci. Perilche se il rimasto numero sarà uno, lo spacio intrapreso infra l'una positura, & l'altra sarà a punto quanto l'altezza propostaci; perche vno, nè partẽdolo, ne multiplicandolo, non cresce, & non sciema. Ma per maggiore dichiaratione dicasi per esempio, che la propostaci torre sia* E F *impedita da qualche acqua, che habbia allo intorno. Faremo la prima osseruatione, ouero operatione nel punto* G, *nella quale dicasi che la linda battẽdo nel* C D *intersechi detto lato nel punto* H, *laquale intersecatione sia alle* 20. *parti di quel, che tutto il lato è* 60. *Conciosia che*

ſia che il 60. corriſponde al 20. per tripla, cioè per tre tanti, notiſi da parte il 3. denominatore della proportione tripla, o di tre tanti. Torniſi dipoi a dirittura indietro per fare la ſecõda operatione, quale faremo nel punto I: *& ſe la parte del lato* D C, *qual ſarà* D K *intrapreſa dalla linda, ſarà 12. di quelle ſteſſe parti, che tutto il lato del quadrante è 60. perche 60 corriſponde al 12. per quincupla, cioè per 5. tanti; notiſi da parte il 5. che è il denominatore della proportione di 5. tanti. Traggaſi dipoi il 3. del 5. ce ne reſta duoi, ilche ſerberemo da parte. Miſuriſi dipoi lo ſpacio* G I, *& ſia per modo di dire 24. di quelle parti, che ciaſcuno lato del quadrante ſarà 4. partaſi 24. per 2. ne verrà 12. che ſaranno le parti della poco fa propoſtaci altezza, alla quale non ci poteuamo accoſtare.*

Come ſi miſurino le altezze, alle quali non ci ſia lecito accoſtarci con il quadrante del cerchio. Cap. XIIII.

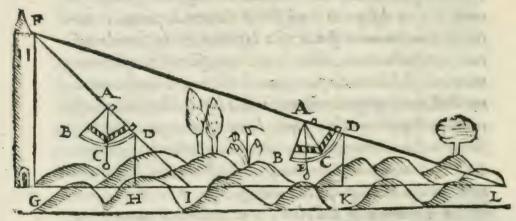
VOLTISI *il quadrante in maniera, che paſſando la veduta per amendue le mire, arriui alla cima della torre da miſurarſi; & notiſi doue batte il filo col piombo, cioè il denominatore della proportione delle parti compreſe dal filo al lato intero del quadrante; & notiſi ancora con l'altro*

filo,

filo, mandato dall'occhio a terra, il punto doue siamo stati a questa prima operatione. Dipoi accostandoci, o discostandoci, secondo ci torna piu commodo, faccisi la seconda operatione nel medesimo modo, & notisi il denominatore, & il sito, come di sopra. Dipoi traggasi il denominatore minore del maggiore (perche saranno sempre disuguali) & serbisi il tratto da parte. Misurisi vltimamente lo spacio infra la prima, & la seconda positura; & quel numero, che vi ci occorrerà, partasi per quello numero, che serbammo da parte, quando traemmo l'uno denominatore dall'altro; & quel ce ne verrà, sarà la propostaci altezza, secondo quelle parti o misure però, che noi vsammo poco fa nel misurare lo spacio delle positure. Accadracci adunque (come prima) che il medesimo spacio intrapreso fra l'una, & l'altra positura, sarà quanto la propostaci altezza; ogni volta, che dal trarre l'un denominatore dall'altro, ce ne rimarrà il numero vno, conciosia che l'uno è indiuisibile.

Ma giouerà molto a queste cose lo esempio. Però dicasi, che l'altezza da misurarsi, alla quale non ci possiamo accostare, sia G F, *& che la prima osseruatione si sia fatta nel punto* H, *& che il raggio della veduta batta nel punto* I, *& il filo col piombo caschi nel punto* C: *la proportione adunque del lato* A D *sarà proportione di vgualità al lato* D C, *denominata dal numero uno. Serbisi adunque l'uno per denominatore. Ritirandoci dipoi indietro, facciasi la seconda osseruatione della veduta, come è a dire nel* K, *doue il filo batta nel lato* B C *al punto* E, *&* B E *sia quattro di quelle parti, che il lato* B C *è* 12. *perche* 12. *corrisponde a* 4. *per tre tanti; notisi per denominatore il* 3. *& per quel che si disse nel Capit. decimo corra il raggio della veduta ad vnirsi col piano al punto* L. *Traggasi dipoi vno, da* 3. *ce ne rimarrà duoi, il qual numero*

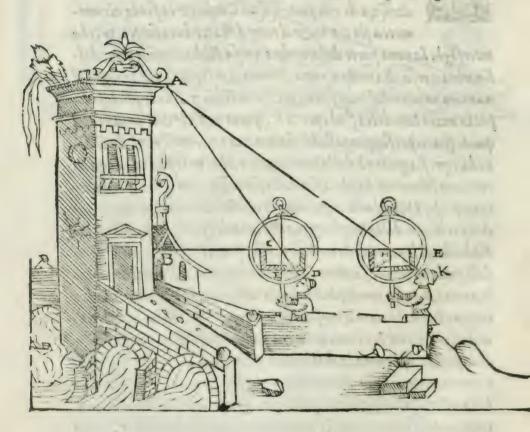
serbisi

ſerbiſi da parte. Miſuriſi dipoi lo ſpacio I L, *che per modo di dire ſia* 20. *braccia, le quali ſi hanno a diuidere per il* 2. *che ci reſtò, & ce ne verrà* 10. *& tanto ſaranno le braccia della propoſtaci altezza* G F, *come nella figura qui di ſotto ſi vede.*

Il medeſimo ancora ci auerrà a corriſpōdētia di quel che ſi diſſe nel Cap. 10. *quando ſi trattò dell'aggiugnere, o creſcere proportionalmẽte le linee del piano. Se oſſeruata la caduta del piombo dallo occhio prima nel punto* H, *dipoi nel* K, *ouero per il contrario, & ſi miſurerà lo ſpacio* H K, *& ſi diuiderà per il numero rimaſtoci nel trarre l'un denominatore dallo altro, cioè per* 2. *ſecondo lo eſempio poco fa addotto. Conciofia che ſe ſi aggiugnerà al generato numero delle miſure una qual ſi uoglia delle linee a piombo, come* D H, *o* D K, *haremmo la detta altezza* F H. *Come per eſempio, ſecondo la paſſata, lo* I L *fuſſe braccia* 20. *lo* H K *ſarà* 13. *&* D H, *ouero* D K *ſarà* 3. *& mezo; onde ſi diuiderà* 13. *per* 2. *ne verrà* 6. *& mezo per parte, al quale numero ſe ſi aggiugnerà* 3. *& mezo, ce ne verrà* 10. *che ſaranno a punto le braccia, che trouammo eſſer l'altezza* G F. *Et coſi ſi potrà operare delle altre coſe ſimili.*

Come

Come si misuri una distantia, o spacio di alcuna cosa, alla quale noi non ci possiamo accostare, come sono li fossi delle fortezze, o delle città delli nimici, o simili, & ui fussi ancora qualche impedimento di muraglia. Cap. XV.

SIA *la forteZza, o la città* A B *cinta dal fosso* B D, *& sia il* D, *la prima positura, dalla quale noi misuriamo la alteZza di essa forteZza, o Città, & la scala altimetra sia* C F G, *& il razo della veduta sia* A C D, *che interseghi la nona parte della ombra versa. Riduchinsi le parti dell'ombra uersa alla ombra retta (come si insegnò) & traggasi il numero minore dal maggiore, & ce ne resterà* 7. *Multiplichisi dipoi lo intero lato della scala per* D E, *spacio infra le due positure, il quale spacio presuppongasi, che sia braccia* 23. *e meZo, & dipoi diuidasi questa quãtità delle braccia per* 7. *che son le parti dell'ombra retta, & si trouerà la alteZza della forteZza* A B *essere* 40. *braccia, &* $\frac{2}{7}$. *Dipoi dalla cognitione di questo verremo in cognitione della* D E, *cioè della larghezza, o distãtia del fosso, in questo modo. Riduchinsi le parti della ombra versa, (come si è detto) alle parti dell'ombra retta, et saranno come si vede già le* 16. *parti della ombra retta, le quali multiplichinsi p la altezza già trouata della fortezza, che son braccia* 40. $\frac{2}{7}$, *et ce ne verrà* $\frac{4512}{7}$ *il qual numero diuidasi p* 12. *cioè per tutta la intera parte della scala, & ce ne verrà la prima cosa tutta la distantia* B E *che sarà* 53. *&* $\frac{14}{21}$ *dal qual numero traendone la distantia* D E, *che è* 23. *e mezo, ce ne rimarrà la largheZza del fosso, cioè piedi* 30. $\frac{9}{42}$ *che era q̃l che si cercaua. Imperoche si come di già si è prouato in quel modo, che* H Y, *intero*

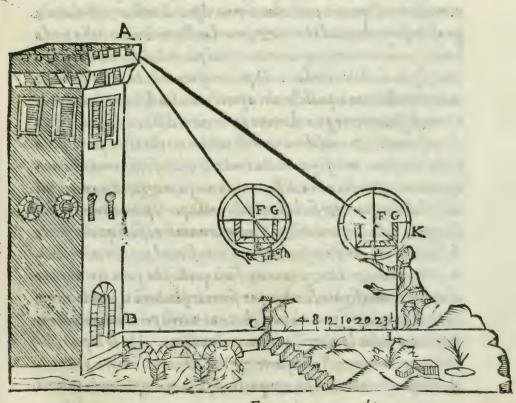
lato della ſcala nella ſeconda poſitura corriſponde allo Y K. 16. *parti, cioè di ombra retta; coſi la* AB, *altezza della fortezza, corriſpōde alla* B E, *diſtantia dalla fortezza nella ultima poſitura. ſarà adunque la medeſima proportione nell'un luogo, & nell'altro, che era quel che voleuamo prouare. Ma biſogna ben auertire, che le parti della ſcala della ſeconda poſitura ſieno, o della ombra verſa (come ſi vede nello eſempio) o nella ombra retta, ſempre ſi hanno a multiplicare per la altezza della fortezza; & quel, che ne viene partire per lo intero lato della ſcala. Porraſſi adunque per quel, che*

ſi aſpetta

si aspetta alla regola delle tre cose, per il primo numero tutte le intere parti della scala, cioè il 12. & per il secondo numero le parti intersegate della scala nel secōdo luogo, & nel terzo la altezza della torre; & con questa regola, come si è detto, non dubiteremo del quarto termine.

Puossi ancora misurare detta altezza con l'Astrolabio, pur che ci trouiamo in luogo piano commodo da poterci accostare, o discostare da essa per qualche poco di spacio. La prima cosa, piglieremo con la nostra linda la altezza, che vorremo misurare, di qual si voglia torre, o cosa; dipoi noteremo il luogo, doue saremo stati, con vna linea in esso piano, & lo chiameremo la prima positura; & considereremo le parti intersegate della scala dalla linda, le quali diciamo che sieno noue della ombra retta. Dipoi partendoci da quel luogo, & ripigliando la medesima altezza; ma intersegando le noue parti della ombra versa con la nostra linda; noteremo quel secondo luogo, il quale chiameremo la seconda positura. Dipoi fatto questo ci bisogna ridurre le parti della ombra versa alla ombra retta, il che si fa in questo modo. Multiplichisi lo intero lato della scala in se stesso quadratamente, cioè 12. per 12. & ce verrà 144. & poi si diuida questo numero per le parti intersegate dalla linda della scala dell'ombra retta, cioè per noue, & ce ne resterà 16. che saranno già le ridotte alle parti della detta ombra retta. Di questi duoi numeri sempre trarremo il minore del maggiore, cioè il 9. dal 16. & ce ne resterà 7. dipoi misureremo con passi, o braccia lo spacio, che è infra le due positure, & p modo di esempio sia 23. e mezo. noi haremmo già cognitione di tre termini, cioè della altezza della scala, che è dodici parti, & dipoi delle sette parti della ombra retta, & delle 23. braccia, & mezo, che sono fra la prima, & la seconda positura. Talche per la regola delle tre cose verremo in cognitione

del quarto termine in questo modo, se 7. mi da 23. e mezo, che mi darà 12. intero lato della scala? che è il medesimo, che se si dicessi: se 7. mi dà 12. che mi daranno 23. e mezo. Multiplichisi adunque lo ultimo numero per quel del mezo, & partasi per 7. & ce ne verrà da quel che resta la desiderata altezza, cioè 40. $\frac{2}{7}$ ilche si pruoua in questo modo. Sia l'altezza da misurarsi A B, *& la prima positura nostra sia* C, *& la scala altimetra* F E D G, *& la veduta dell'occhio, che passa per le mire della linda, sia* A H, *& la seconda positura sia* I, *& il razo della veduta sia* A F K, *& la scala di nuouo sia* F G D E. *per tanto; si come* E D, *intero lato della scala, corrisponde alla* H E, *parti della ombra retta intersegate dalla linda; cosi la* A B, *altezza della torre, corrisponde alla* B C, *che è la distantia fra la prime positura, & la cosa da misurarsi, secondo la quarta del sesto di Euclide. Et di qui auiene, che per la proportione, che ci chiamano la contraria, ouero riuolta, come* F E *corrisponde alla* A B, *cosi fa la* E H *alla* B C: *& nel medesimo modo, come nella seconda positura la* E D *corrisponde alla* E K, *cosi fa la* A B *alla* B I, *per la medesima quarta del sesto di Euclide. Adunque per la proportione riuolta, si come la* E D, *(che è la medesima che la* F E, *imperoche dicemmo, che era vguale) corrisponde alla* A B, *cosi fa la* E K *alla* B I: *la medesima proportione adunque che harà la* F E *alla* B A, *tale la harà ancora la* E H *alla* B C, *& la* E K *alla* B I. *Imperoche leuisi via secondo la quarta del primo di Euclide la* E H, *cioè la parte uguale a quella, dalla* E K, *ci rimarrà lo spacio* K D: *& cosi ancora dalla* B I *leuisi similmente* B C, *quel, che ce ne rimarrà, sarà* C I: *adunque in quel modo, che il restante* K D *corrisponde al restante* C I, *cioè allo spacio infra le due positure, cosi la* F E, *intero lato della scala, corrisponde alla* A B, *cioè alla altezza della torre. Imperoche se la quantità di vna parte, come per modo di dire, è la* E K, *che sono le parti*

intersegate

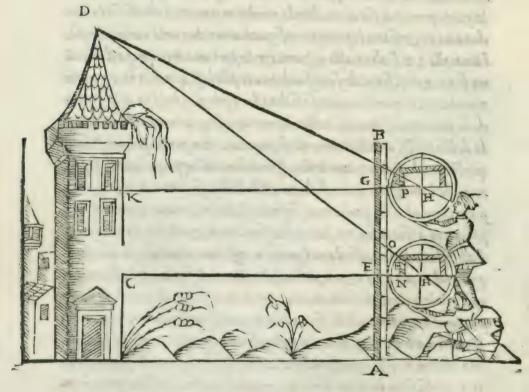
interſegate della ſcala nella ſeconda poſitura, harãno la medeſima proportione alle parti della altra quantità, cioè alla B C, *che è lo ſpacio infra la prima poſitura, & la coſa da miſurarſi, del tutto, cioè* E K, *al tutto* B I, *che è la diſtantia fra la ſeconda poſitura, & il luogo da miſurarſi: harà ancora la medeſima proportione il reſtante* K D *al reſtante* C I, *ſecõdo la nona del quinto di Euclide, che era quel che noi voleuamo prouare. Finalmente ſe nell'una, & nell'altra poſitura le parti interſegate dalla linda fuſſino della ombra retta, traendo ſempre il numero minore dal maggiore, tenendo nell'altre coſe il modo, che ſi è inſegnato, trouveremo ſempre l'altezza, che noi*

cerchiamo. Et se in amendue le positure le parti fussino dalla ombra versa, riducendola alle parti della ombra retta (come se insegnò), & traendo poi il numero minore del maggiore, nel medesimo modo vedremo che ci riuscirà lo operare.

Come si possi misurare la detta altezza, alla quale non ci possiamo accostare, con una positura sola.

Accomoderemoci la prima cosa di una canna da misurare, scompartita in quarti di braccia, o a soldi, & a danari, come altra volta si è detto; & la rizzeremo a piombo in quel luogo, doue vorremo stare ad operare; & adatteremo dipoi il nostro Astrolabio a qualche parte di essa da basso; & guardando per le mire della linda l'altezza della torre, considereremo qual parte della scala venghino intersegate da detta linda. Dipoi trasportando lo Astrolabio, lo accommoderemo a qualche altra parte più alta della nostra canna, & medesimamente guardaremo per le mire della linda la altezza da misurarsi, & considereremo di nuouo quelle altre parti della scala venghino intersegate dalla linda: le quali se saranno, nell'una operatione; & nella altra, della ombra uersa, traggasi il numero minore dal maggiore, & serbisi quel che resta, per il primo numero della regola delle proportioni, & il secondo numero, sarà quella parte della cãna intrapresa infra la prima, et la seconda applicatione dello Astrolabio, & il terzo numero sarà quello che sarà il maggiore delle parti intersegate: se adunque si multiplicherà il secõdo numero per il terzo, & si partirà quel che ce ne verrà per il primo, harem mo senza dubio la altezza che noi cercauamo. Ma se le parti intersegate saranno nell'una parte, & nell'altra dell'ombra retta, riduchinsi all'ombra uersa, & questo si farà multiplicando tutto il

lato

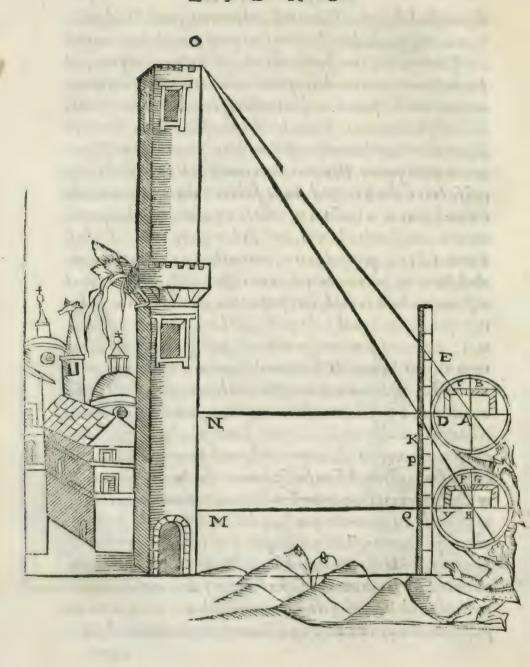
lato della scala in se stesso, & diuidẽdo quel che ce ne verrà per le parti intersegate. Imperoche questa permutatione delle ombre si fa mediante la mutatione della scala; la quale in questo luogo noi, per piu facile dimostratione della cosa, collochiamo nella parte di sopra dello Astrolabio. Le altre cose non variano da quello che noi insegnammo delle parti dell'ombra versa. Sia adunque per nostro esempio la torre da misurarsi C D, *& la canna posta a piombo* A B, *& la prima applicatione dello Astrolabio accommodato alla canna sia* E, *& per le mire della linda dirizzisi la veduta al* D *altezza della torre, & la seconda applicatione dello Astrolabio alla canna nella parte piu alta sia al* G, *donde medesimamente si dirizzi la veduta al* D, *& siano le parti intersegate amendue nell'ombra uersa, l'una alle* 10. *l'altra alle* 9. *parti, & la portione intrapresa della cãna fra* E, *&* G, *sia* 4. *de suoi soldi, multiplichisi* 4. *per* 10. *& ce ne verrà* 40. *il qual numero se si diuiderà per* 1. *che è la differentia delle parti intersegate, ci resterà pure* 40. *il qual numero sarà quello dell'altezza della torre, che si cercaua. Et questo si dimostra in questo modo. Sia un lato dello Astrolabio nell'applicatione di sopra, come se hauessimo uolto il detto Astrolabio sozzopra* H P, *& nel guardare al* D *la linda interseghi la scala nel punto* Q. *& nell'application di sotto sia vn lato della scala* H N, *& la linda interseghi l'altro lato di detta scala nel punto* R, *& haremmo di già* 4. *triangoli, cioè* D H K, *&* Q H P, *nell'applicatione di sopra, & altre tanti nell'applicatione di sotto* D H C, *&* O H N, *i lati de quali saranno proportionali. Imperoche si come* H P *corrisponde allo* H K, *cosi corrisponderà ancora* P Q *alla* K D; *& cosi come* H N, *(che è la medesima che la* H P *) corrisponde alla* H C, *(che è la medesima che la* H K *) cosi sarà la* N O *alla* C D, *& quelle cose, che sono proportionali ad alcuna cosa, sono ancora proportionali fra di loro. Leuisi*

adunque dalla N O, *quanto è la* P Q. *cioè* R O; & *ſimilmente dalla* C D, *quanto è* K D; *il reſtante* N R, *harà la medeſima proportione al reſtante* C K, *ouero* E G, (*che è la medeſima*) *che harà il tutto* N O *al tutto* C D, *ſecondo la dicianoueſima del quinto di Euclide. Per tanto noi habbiamo di già cognitione della* N R, & *della parte della canna intrapreſa fra la prima,* & *la ſeconda applicatione dello Aſtrolabio, cioè* E G, & *ancora della* N O *perilche non ci ſarà difficile, mediante la regola del* 3. *molte volte già detta, venire in cognitione del quarto termine, cioè del* C D, *altezza della torre, che era quello che ſi cercaua.*

E ſe le parti della ſcala interſegate fuſſero nell' una applicatione

dello

dello Astrolabio, & nell'altra, nell'ombra retta, come si vede nella figura che segue; la dimostratione sarà quasi la medesima: imperò che si come la C B *corrisponde alla* B A, *così fa la* A D *alla* D E, *& hauendo noi coguitione de' tre primi termini verremo facilmente in cognitione del quarto. Ancora nella applicatione dello Astrolabio da basso alla canna, si come la* F G *corrisponde alla* G H, *così fa la* H Y *alla* Y K, *& hauendo cognitione de' tre primi termini, sapremo ancora il quarto. Di nuouo, come corrisponde la* A D *alla* D N, *così fa la* D E *alla* N O, *& il simile fa la* H Y *alla* Y M; *ouero, il che è il medesimo: la* A D *alla* D N, *come la* Y K *alla* M O, *adunque come* D E, *corrisponde alla* N O, *così fa la* Y K *alla* M O. *Et se si leuerà dalla* Y K, *quanto è la* D F, *ce ne resterà* P K; *& così leuando dalla* M O, *quanto è la* N O, *ce ne resterà* M N. *Dico, che quel restante* P K *harà la medesima proportione al restante* M N, *ouero* Q R *(perche sono uguali) che quella, che harà tutto lo* Y K *al tutto* M O. *Et hauendo noi mediante le cose dette già cognitione de' tre termini, non haremo da dubitare del quarto. Vltimamente se in una delle applicationi dello Astrolabio le parti della scala fussino nell'ombra versa, & nell'altra applicatione nell'ombra retta, riduchinsi le ombre verse nelle rette (si come si insegnò) & l'altre cose si metteranno in essecutione con la medesima regola. Potrassi ancora far questo medesimo senza hauer a far la reduttione, se si multiplicheranno le parti verse nelle rette, & si trarrà quel che ce ne viene da* 144. *numero quadrato del lato della scala, & porremo poi q̃l che ce ne resterà nella regola delle tre cose p il primo numero, et p secõdo esso quadrato della scala, cioè* 144, *et p terzo essa portione della canna intrapresa fra l'una, et l'altra applicatione, et multiplicando il secõdo p il terzo, & partendo quel che ce ne viene p il primo, ne nascerà l'altezza della torre che cercauamo di sape.*

Come

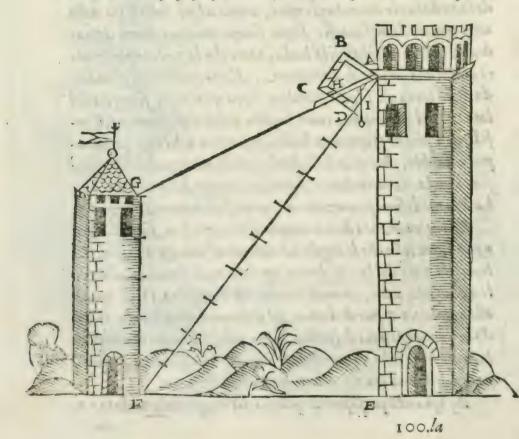
O
E
C B
D A
N
K
P
F G
Y H
M
Q

Come trouandosi sopra una torre possiamo misurare una torre minore, & cosi trouandosi su la minore misurare la maggiore con il quadrante. Cap. XVI.

SIA *la torre maggiore* E A, *di cima della quale vogliamo misurare la torre* F G: *pongasi lo angolo* A *del quadrante alla cima della torre maggiore, volto il lato* C D *alla torre minore. Pongasi la linda a dirittura del lato del quadrante* A D, *& alzisi, o abbassisi detto quadrante, tanto che passando la veduta per amendue le mire, arriui al piè della basa della torre minore da misurarsi. Dipoi senza muouere punto il quadrante, alzisi, o abbassisi la linda, tanto che la veduta per le mire arriui alla cima* G *di detta torre. Fatto questo, lascisi cadere da detta linda un filo col piombino sopra qual parte si voglia del lato* A D *del quadrante, come sarebbe a dire dalli punti* H I. *Considerisi dipoi, che proportione habbia la parte* A I *del lato* A D *intrapresa dal filo, che casca dalla linda, con la altezza del filo, che è fra la linda, & detto lato* A D; *perche il raggio della veduta* A F, *harà la medesima proportione cō la propostaci minore altezza* F G.

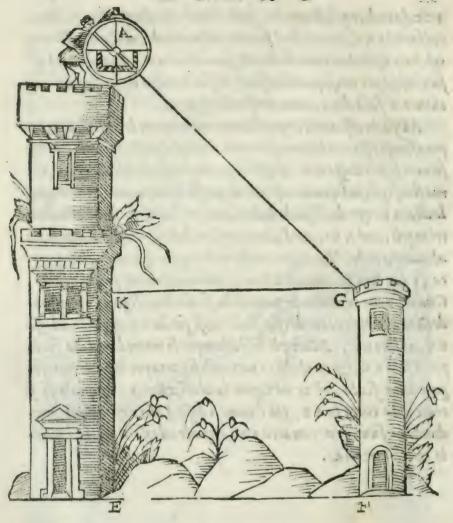
La ragione è; che i duoi triangoli A H I, *&* A F G, *sono di angoli uguali; conciosia che lo angolo* A *è comune all'uno, & all'altro. Et lo angolo* A H I *dal lato di dentro, & dalla medesima bāda, è uguale allo angolo* A G F; *& medesimamente lo angolo* A I H, *è uguale allo angolo* A F G, *pur di dentro, & dalla medesima banda, secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Talmente che in quella proportione, che* A I *corrisponde allo* I H, *corrisponderà ancora il raggio della ueduta* A F *alla propostaci altezza* F G.

Bisogna adūque sapere la quātità del raggio della veduta A F,

che

che la ſaperemo in queſto modo: miſureremo un filo mãdato giù col piombino, che ſia A E; *dipoi partiremo* E F *con quella regola, che ſi diſſe nel Cap.* 3. *di queſto lib. nell'operatione ultima. Dipoi multiplichiſi l'una, & l'altra* A E, & E F *ciaſcuna da per ſe in ſe steſſa, & raccolghinſi inſieme dette multiplicationi, & di tale racolto traggaſi la radice quadrata, la quale ſarà il lato* A F, *del triangolo ad angolo retto* A E F, *ſecõdo la quarantaſetteſima del primo di Euclide. Ma per piu facile dimoſtratione ſeruaci per eſempio, che* A E *ſia otto parti, &* E F *ſei, multiplichiſi* 8. *in ſe ſteſſo. farà* 64. *&* 6. *ancora in ſe ſteſſo, farà* 36. *ractolgaſi dipoi il* 64. *e'l* 36. *farà*

100. *la*

100. *la radice quadrata del qual* 100. *è* 10. *dicesi, che* 10. *braccia sarà la* A E, *& caschi il filo* H I *nel punto del mezo di essa* A D, *& sia* A I *per dua tanti della* I H, *sarà ancora* A F *dua tanti ad essa* F G; *& per consequentia essa* F G *sarà cinque di quelle parti, che tutto* A F *sarà dieci, come mostra la figura.*

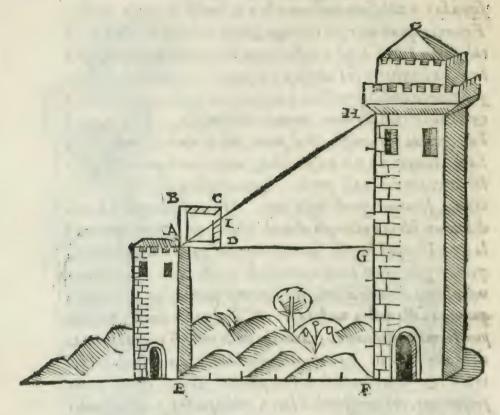
Misurerassi ancora questa torre minore con lo Astrolabio, & per esempio sia pur la torre piu alta A E, *& da essa habbiamo a misurare la piu bassa* G F. *Piglisi la prima cosa la distantia* E F, *come si insegnò nel quarto capitolo di questo libro, la quale sarà uguale alla* G K: *& dirizando la linda al* G, *haremo da questo duoi triangoli, cioè* A K G, *& l'altro causato dalla linda & dalla scala altimetra nello Astrolabio: onde per la regola già altra volta detta, i lati loro saranno fra loro scambieuolmente proportionali. Conciosia che cosi come le parti della scala intersegate, corrisponderãno allo intero lato di essa scala; cosi fa la* K G, *uguale ad essa* E F, *al lato* K A. *Multiplichisi adunque lo intero lato della scala per il lato* K G, *& quel che ce ne verrà si parta per le parti intersegate della scala, & ce ne verrà la altezza* K A; *la quale se si trarrà da tutta la* A E, *già (come si disse) altezza notaci, mediante la fune ce ne rimarrà* K E, *uguale ad essa* G F, *che è quello che si cercaua.*

Come

Come da una torre bassa se ne possa misurare una piu alta, o qual si voglia altissimo monte.

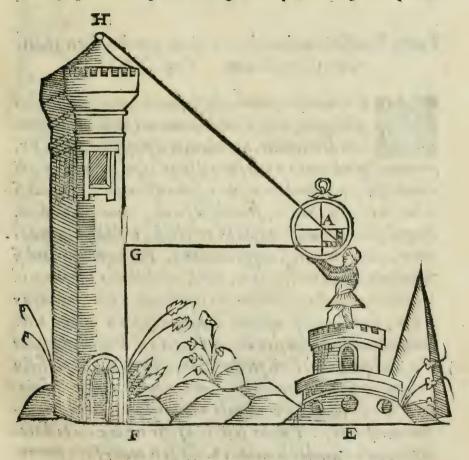
Et se per il contrario, noi volessimo, stando in cima di una torre minore, misurare la maggiore, come sarebbe a dire, che trouandoci

sopra

sopra la E A *volessimo misurare la* F H, *faccisi in questo modo. Fermisi il quadrante per lo lungo, & per il diritto di essa* A E, *in tal maniera che* B A, & A E, *faccino insieme una linea retta, & il lato* C D *si volti verso l'altezza* F H, *qual si harà a misurare. Pongasi dipoi la linda sopra il lato* A D *(tenendo fermo il quadrante) & posto l'occhio alle mire, corra la veduta alla cima di* F H, *che è l'altezza da misurarsi; & il punto, che ci darà la linda, sia* G. *Sarà adunque* A E F G *un parallelogramo, ouero quadrilungo, i lati contrarij del quale, per la trentaquatresima del primo di Euclide, saranno vguali infra loro. Misurisi adunque* A E *mediante un filo mandato giù al modo vsato, & sapremo quanta è la* F G. *Veggasi dipoi di sapere la lunghezza di* E F, *mediante quella regola, che nel terzo capitolo di questo libro, insegnammo nell'ultima demostratione, & saperassi quanta è la* A G, *cioè la quantità della nostra veduta. Alzisi dipoi la linda, tenendo pur fermo il quadrante, tanto che per le mire si vegga la cima della altezza* H. *Fatto questo, notisi doue batta la linda nel lato* C D, *& sia per modo di dire nel punto* I. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde il lato* A D *alla parte* D I, *corrisponderà ancora il raggio della ueduta* A G *alla parte della altezza* G H, *come largamente si espose nello ottauo cap. Saputa adunque che haremo la lunghezza* G H, *aggiungasi alla* F G, *acciò habbiamo tutta la lunghezza* F H. *In queste cose, & nelle altre simili è di necessità fare due volte la osseruatione, ma per maggiore chiarezza porremo doppo la figura lo esempio, acciò si faciliti quanto più si può il modo.*

Seruati

Seruaci per esempio, che E F, *cioè* A G *sia* 24. *braccia*, & F G *braccia* 16. & D I *sia parti* 40. *di quelle, che tutto il lato del quadrãte è* 60. *perche* 60. *corrispõde al* 40. *per sesquialtera, cioè per la metà piu. Dicesi che il raggio della ueduta* A G, *sarà ancor esso per una uolta, & mezo la* G H. *Multiplichinsi adunque le* 24. *braccia* A G, *per* 40. *ce ne uerrà* 960. *ilche partasi per* 60. *ce ne uerrà* 16. *per parte, et tante braccia sarà essa* G H, *alle quali aggiunghinsi le* 16. *braccia di essa* F G, & *ce ne uerrà* 32. *braccia, et tanto sarà la propostaci altezza* F H. *Da questi esempi si poson cauare molte altre misure, come potrà un ragioneuole īgegno da se stesso giudicare.*

Questa

Questa ancora si potrà misurare con lo Astrolabio. sia la torre bassa A E, *dalla quale noi vogliamo misurare la piu alta che sia* H F, *la prima cosa piglisi, come si è insegnato, la distantia* E F, *la quale di necessità sarà uguale ad essa* A G, *&* G F *sarà uguale alla* A E: *dirizzisi la linda alla* H, *&* *haremo duoi triangoli, cioè* A G H, *&* *quel, che si fa dalla linda, & dal lato della scala dello Astrolabio, i lati de quali saranno, per la quarta del sesto di Euclide scābieuolmente proportionali, essendo di angoli retti, & lo angolo* A *essendo*

F comune

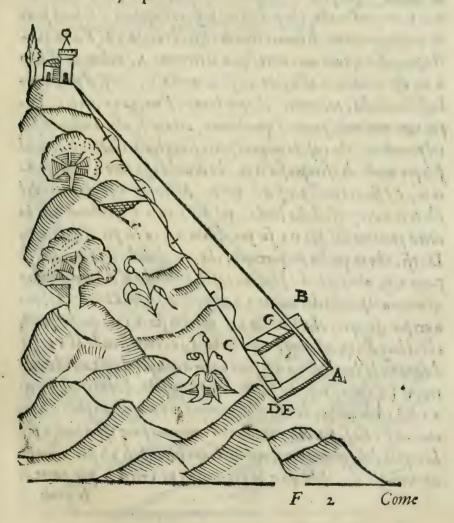
comune à l'uno, & all'altro: perilche secondo che lo intero lato della scala corrispõde alle parti intersegate sue, cosi farà il lato A G *uguale (come si disse) allo* E F, *di necessità al lato* G H. *Multiplichisi adunque il lato che fanno le parti intersegate per* A G, *lato già a noi manifesto; & diuidasi quel, che ne viene, per lo intero lato della scala; & ce ne verrà la altezza* H G: *laquale se noi aggiugneremo alla altezza* A E *già (come si disse) notaci mediãte la fune, essendo ella uguale alla* G F, *haremo la intera altezza* H F, *che noi cercauamo.*

Come si misuri una lunghezza di un pendio d'un monte con il quadrante. Cap. XVII.

NEL *medesimo modo, che si operò nel misurare una lunghezza a piano, si potrà operare nel misurare un pendio di un monte. Sia adunque il propostoci pendio* E F, *porremo il quadrante* A B C D *sopra il lato* C D *per lo lungo, & a diritto di essa* E F, *ponendo lo angolo* D *sopra il termine* E; *& voltisi il lato* B C *alla cima* F, *secondo il solito, come già si è detto. Pongasi poi lo occhio allo angolo* A, *& alzisi, o abbassisi la linda tanto, che per le mire si vegga la cima* F. *Fatto questo guardisi doue batte la linda nel lato* B C, *& dicasi che batta nel punto* G. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde il lato* A B *alla parte* B G, *corrisponderà anchora la lunghezza* E F *al lato* A D. *Ma per piu chiarezza seruaci, che* B G *sia* 10. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60 *perche* 60. *corrisponde al* 10. *per sesecupla, cioè per sei tanti, la propostaci lunghezza* E F, *sarà medesimamente per sei tanti la* A E, *ouero la* A D, *cioè per il lato del medesimo quadrante. Tal che se il lato fusse tre braccia, la detta lũghezza* E F *sarebbe braccia* 18. *Et se il monte fusse interro-*

rotto,

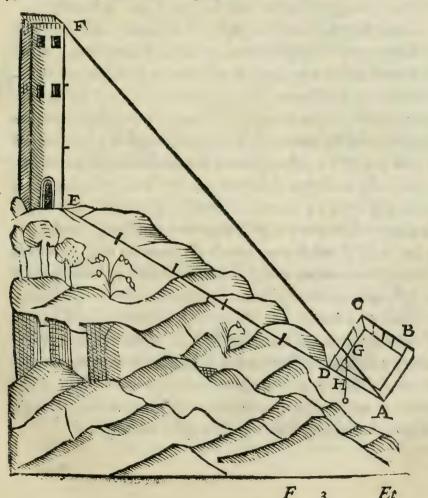
rotto, o ſcoſceſo, talche non ſi poßa oßeruare quel, che ſi è detto; biſognerà miſurarlo a modo della torre, o d'altra coſa ritta ſopra il piano del terreno, come ſi moſtrò nel Cap. 8. & nelli altri tre, che doppo li ſeguono.

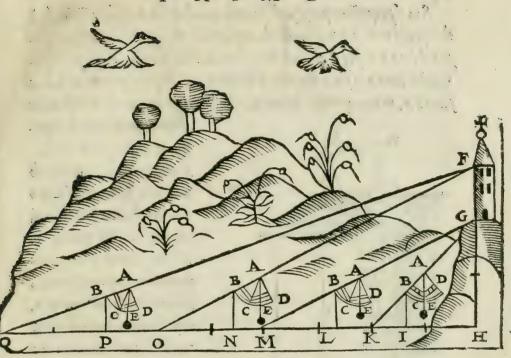
La ragione è, per la ugualità delli angoli de triangoli A B G, *&* A E F, *& de lati proportionali molte volte dimoſtri ne paſſati Capitoli. Però non ſi replica.*

Come stando a piè di un monte si misuri la altezza d'vna torre posta in cima del monte. Cap. XVIII.

SIA la propostaci torre E F. *posta in cima del monte, chiamato* A E, *& noi col quadrante al piè del monte* A. *Bisogna prima trouare la lunghezza del pendio del monte* A E, *in quel modo, che si disse nel passato Capitolo. Il qual pendio presupponiamo di hauer trouato esser braccia* 18. *Fatto questo, pongasi il quadrante ritto sopra il termine* A, *uoltando il lato* A D, *& il lato* C D *all'usato verso la torre* E F: *alzisi dipoi, o abbassisi la linda, talmente che per le mire si uegga la cima* F. *Dipoi non mouendo punto il quadrante, attachisi alla linda un filo col piombino, che caschi in qual parte si uoglia del lato* A D, *il qual filo per modo di esempio sia* G H, *che diuida esso lato* A D *nel punto* H, *& sia nel mezo infra* A *&* D. *Misurisi dipoi la parte del filo* G H *intrapreso dalla linda, & dal lato* A D, *distendendo la detta portione del filo* H C *su per il lato* B C, *o su per il lato* C D. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponderà la intrapresa parte* A H, *alla parte del filo, che casca a piombo* G H, *corrisponderà ancora il pendio del monte* A E *alla altezza della torre* E F. *Seruaci per esempio, che* A H *sia* 30. *&* H G *sia* 15. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *perche il* 30. *corrisponde al* 15. *per dua tanti, la lunghezza* A E *sarà ancora essa per dua tanti dell'altezza della torre* E F. *Et hauendo presupposto, che la lunghezza* A E *sia* 18. *braccia, la altezza dunque* E F *propostaci sarà* 9. *braccia simili. Et se piu chiaramente ne vorremo fare esperienza per la regola delle quattro proportionali, multiplichisi* 18. *per* 15. *ce ne verrà* 270. *ilche partito per* 30. *ce ne verrà* 9. *per parte,*

le quali

le quali cose si vedranno piu chiare mediãte il disegno, che poco lontano porremo in carta.

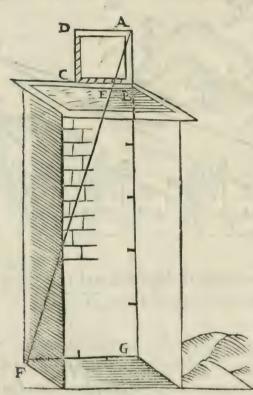
La ragione delle dette cose è; che i duoi triangoli A G H, *et* A E F, *sono fra loro di angoli uguali per la uentinouesima del primo, molte volte allegata. Et perche lo angolo* A H G *dal lato di dentro, & dalla medesima banda è vguale allo angolo* A E F, *accade per la quarta del sesto, che come* A H *corrisponde ad* H G, *cosi la* A E *corrisponde alla altezza* E F *della propostaci torre.*

Et se la detta torre fussi collocata sopra di un monte, che fusse talmente scosceso, o pieno di interrotti precipitij, che la non si potesse misurare nel passato modo, misureremola in questo altro. Da un piano conuicino al monte piglieremo prima la altezza del monte; & dipoi l'altezza della torre, & del monte insieme, et raccolta dipoi l'una, & l'altra, in quel modo, che si disse nel Cap. 8. bisogna trarre la altezza del monte dal raccolto del monte, et della torre, che è sopra del monte, & ce ne rimarrà la altezza della propostaci torre. Il che per piu chiarezza, esaminisi con l'uno quadrante, & con l'altro.

Sia la propostaci torre F G, *posta sopra il monte scoscieso, & pieno di interrotti precipitij, ritta però a piombo. Arrecheremoci col nostro quadrante in un piano posto allo intorno del monte, & piglieremo l'altezza del monte, secondo quella regola, che si disse nel decimo capitolo, con le due vedute. Seruaci per esempio del primo modo osseruato della veduta il* K M, *& per il secondo lo* I L, *insieme cõ le linee* D I, *&* D L, *che caschino a piombo dallo occhio* D *a terra, uguale ad essa altezza del monte* G H, *& l'una, & l'altra sia per modo di esempio* 12 *canne. Esaminisi dipoi la altezza* F H, *cioè la altezza del monte* G H, *& della torre* G F *insieme, secondo la regola, che si disse nel decimo capitolo, Et sia ancora* O Q *secondo la prima osseruatione, ouero* N P *insieme con le linee a piombo* D N, *&* O P, *secondo la seconda osseruatione, uguale a detta* E H, *& l'una, & l'altra sia canne* 18. *Traggasi finalmente l'altezza* G H *della altezza* F H, *cioè* 12. *canne delle* 18. *ci rimarrà la propostaci altezza della torre, essere canne* 6. *lequali cose tutte, tratte medesimente dal decimo capitolo, insieme con la figura, che segue, si sono poste con euidentissima proportione, acciò seruino a dare lo esempio di quel, che si deue osseruare in dette cose, o in altre simili.*

Come

Come ſi miſurino le profondità de pozzi, o altre profondità che caſchino a piombo. Cap. XIX.

NEL miſurare i pozzi, ſi debbe intendere la loro profondità eſſer quella, che è dalla ſponda alla ſuperficie dell'acqua. Perche non penetrando la ueduta oltra l'acqua, & in eſſa ripercotendo ſi, come in ſpecchio, non intendo di parlarne. auuertiſcaſi oltra di queſto; che non ſi poſſono miſurare ancora quei pozzi, che per la gran profondità loro, come ſpeſſo interuiene di quelli, che ſono ſopra i monti, non può l'occhio vedere i termini del fondo loro, cioè la ſuperficie dell'acqua. Ma quando ſono tali, che detta ſuperficie ſi diſcerna, faremo in queſto modo.

 Sia

Sia il propostoci pozzo di forma quadra B E F G, *la profondità del quale* B G, o E F, *si habbi da misurare. Rizzisi il quadrante sopra il lato* B G. *per il diritto della faccia della sponda di esso pozzo* B E, *&* *il lato* A B *sia a dirittura di esso* B G. *Posto dipoi lo occhio al punto* A, *muouasi tãto la linda, che si vegga per amendue le mire il termine del fondo* F, *posto al trauerso del* B G. *Fatto questo, guardisi doue batte la linda nel lato del quadrante* B C: *dicasi, che batta nel punto* I. *Dicesi, che in quella proportione, che corrisponde la parte* H B *al lato* B A, *corrisponderà ancora il* G F, *cioè il* B E (*conciosia che e' sono uguali*) *alla propostaci lunghezza, o profondità* A G. *Seruaci per esempio, che* B H *sia* 20. *di quelle parti, che il lato del quadrante è* 60. *Misurisi dipoi* B E, *che per modo di esempio dicasi,*

che sia braccia 6. *sarà ancora braccia* 6. G F, *conciosia, che e' sono lati opposti, & corrispondentisi del parallelogramo, ouero quadrilungo* B E F G, *i quali, per la trentaquatresima del primo di Euclide, sono fra loro uguali. Multiplichisi adunque* 6. *per* 60. *& ce ne verrà* 360. *il qual numero partasi per* 20. *& ne haremo per*

ogni

ogni parte 18. *sarà adunque* 18. *braccia la* A G, *dalle quali se si trar rà la* A B, *quale per modo di dire sia* 3. *braccia, troueremo la profon dità del pozzo esser braccia* 15.

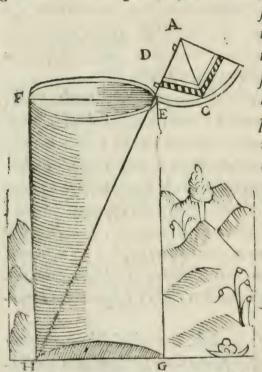
La ragione è, che i duoi triangoli A B H, & A G F, *sono infra loro di angoli uguali per la ventinouesima del primo di Euclide, & lo angolo* A B H *è uguale allo angolo* A G F *(conciosia che l'uno, & l'altro è retto) adunque per la quarta del sesto, auiene, che si come* H B *corrisponde alla* A B, *così corrisponde la larghezza del pozzo* F G, *alla lunghezza* G A *composta di* B A, & G B.

Potrassi ancora saper il medesimo in questo altro modo. Misurisi H E, *et sia p modo di esempio* 5. *braccia, multiplichinsi* 5. *p* 60. *ce ne verrà* 300. *il che partito p* 20. *ce ne verrà* 15. *come prima.*

La ragione è, che i duoi triangoli A B H, & H E F, *sono medesimamẽte fra loro di angoli vguali, però che lo angolo* A H B *è uguale allo angolo* E H F, *postoli dirincontro, secõdo la quintadecima del primo di Euclide, & medesimamente lo angolo retto* B, *è vguale all'angolo* E: *l'altro adunque* B A F *è vguale all'altro* H F E, *secondo la trentaduesima del primo. Onde per la quarta del sesto, come* H B *corrisponde alla* B A, *così corrisponde* H E *alla* E F, *vguale per la medesima ragione alla* B G.

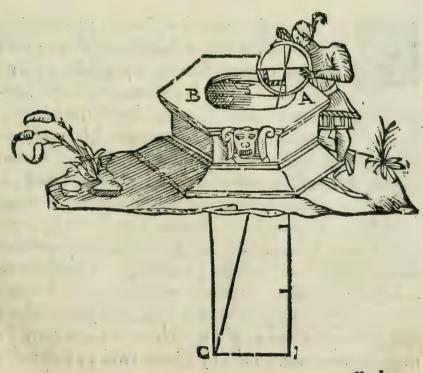
Ma quando il pozzo fusse tondo, auertiscasi il diametro della sponda del pozzo, & il resto si faccia come si è detto. Ma con l'altro quadrante in questo modo. Sia il pozzo tondo E F G H, *il diametro del quale sia* E F, *ouero la sua uguale* G H. *Accomodisi il quadrante alla sponda di detto pozzo talmente, che la fine del lato* A D *si congiunga con il punto* E: *alzisi dipoi, o abbassisi il quadrante, lasciando sempre andare il piombo libero, tanto, che per amẽdue le mire si vegga il termine del fondo di detto pozzo arrincontro* H. *Fatto q̃sto, senza muouere punto il quadrãte, guardisi doue batta*

il filo

il filo nel lato C D. *Dicasi per esempio, che batta nel punto* I. *In quella proportione, che corrisponde la parte* D I *intrapresa dal filo, al lato* D A, *corrisponderà ancora la* G H, *o la sua uguale* E F, *alla propostaci lunghezza della profondità. Misurisi adunque* E F *uguale a detta* G H, *qual sia per modo di esempio 9. braccia, &* D I *sia 6. di quelle parti, che tutto il lato del quadrante è 12. perche il 12. corrisponde al 6. per dua tanti, lo* E G *similmente sarà per dua tanti dello* E F, *ouero* G H, *uguale, come poco fa dicemmo alla* E F. *Multiplichinsi adunque 9. per 12. & ce ne verrà 108. ilche partito per 6. ne viene 18. per parte; & tante braccia sarà la profondità* E G *propostaci. In tutte l'altre cose si opererà a corrispondentia.*

La ragione è; che i duoi triangoli A D I, & E G H, *sono infra di loro di angoli uguali; perche lo angolo* G E H, *è uguale da lato di dentro, & dalla medesima banda, allo angolo* D A I, *secondo la ventinouesima del primo di Euclide. Conciosia che la diritta* A H, *taglia a trauerso la* A I, & *la* E G, *che sono parallele; & medesimamente lo angolo* D *è uguale, essendo retto, allo angolo retto* G, *secondo la quarta dimanda. Il rimanente angolo adunque* A I D *è uguale allo altro*

E H G,

EHG, *per la trentaduesima del detto di Euclide. In quella proportione adunque, che corrisponde il lato* ID *al lato* DA, *corrisponderà ancora il lato* HG *al* GE, *secondo la quarta del sesto, conciosia che sono corde sotto ad angoli uguali.*

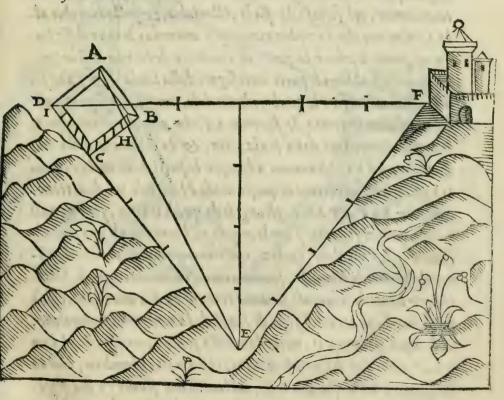
Questo medesimo faremo ancora con lo Astrolabio: perche poi che sapremo la larghezza del pozzo, sapremo ancora la profondità non con molta difficultà. Sia la bocca del pozzo AB, *tre braccia, o per dir meglio, sei meze braccia uguale per larghezza quanto è la* DC, *& la sua profondità sia* AD. *Tengasi sospeso lo Astrolabio dal suo anello, & dirizisi la linda al* C, *& haremo duoi triangoli, l'uno* ACD, *& l'altro nello Astrolabio, come altra uolta si è detto, &*

essendo

essendo i lati loro scambieuolmente fra loro proportionali, in quello stesso modo che le parti della scala intersegate dalla linda corrispondono allo intero lato di essa scala, cosi la A B, *diametro del pozzo, &* C D *sua uguale, corrisponde alla sua profondità* A D. *Multiplichinsi adunque* A B, *cioè le sei meze braccia, per lo intero lato della scala, & partasi quel che ce ne viene per* 3. *che sono le parti intersegate dalla linda della ombra retta, & haremo* 24. *che son la profondità del pozzo che andauamo cercando.*

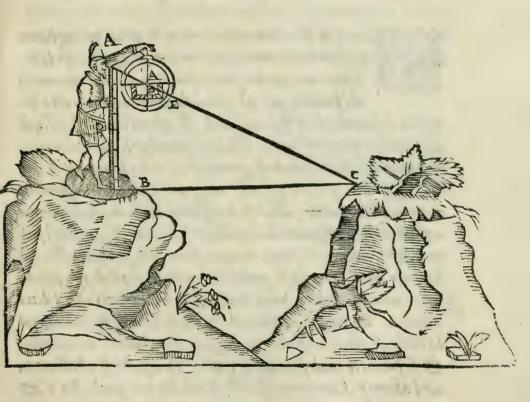
Come si misuri, cosi la larghezza, come la profondità delle valli, o de fossi con il quadrante. Cap. XX.

SIA *la propostaci valle da misurarsi* D E F, *ouero il fosso intorno alla muraglia, la larghezza da capo della quale sia* D F, *& la sua maggior profondità* E G. *Cerchisi prima di sapere la distantia* D F, *secondo la regola si dette nel principio del terzo capitolo di questo libro. La quale p modo di esempio, diciamo di hauere trouata* 18. *braccia, o vuoi che sia per cinque volte il lato del quadrante. Misurisi di nuouo il pendio della valle, secondo quella regola, che dicemmo nel* 16. *Cap. cioè la* D E, *tenendo ritto il quadrante sopra il lato* D C, *& uoltato il lato* B C *all'usanza uerso il termine* E, *& sia il* D E, *p cinque volte il lato di detto quadrante. Dicesi che in qlla stessa proportione, ancora il lato* A B *corrisponde per* 5. *tanti alla parte* B H *cōpresa dalla linda, & sia essa linea* D E *per maggior chiarezza* 15. *braccia. multiplichinsi* 15. *p se stesso, ne verrà* 225. *Multiplichinsi dipoi p se stessa la metà della* D F, *cioè* D G, *che è braccia* 9. *ce ne verrà* 81. *traggasi vltimamente* 81. *di* 225. *& ce ne verrà* 144. *la radice*

quadrata

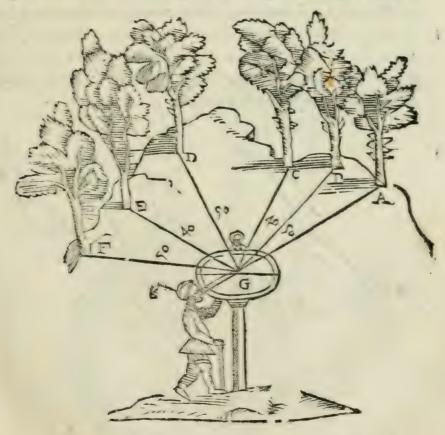
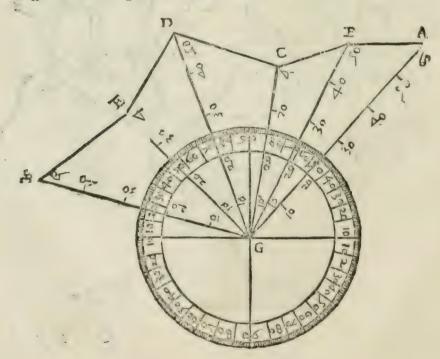
quadrata, del qual numero è 12. & tante braccia diremo, che sia la profondità E G: *& conciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato, che si fa del lato* D E, *che è rincontro allo angolo retto* D E G *del triangolo* D E G, *è uguale a gli altri duoi quadrati, che si fanno de lati* D G, *&* G E, *che fanno lo angolo retto. Traendo adunque il quadrato* D G *del quadrato* D E, *ci rimane il quadrato* E G, *la radice del qual ci dà la lunghezza* E G. *Et queste cose bastino; perche non ci potrà occorrere figura alcuna di linee diritte, che non si possi con queste regole misurare.*

Questo si misurerà ancora con lo Astrolabio in questo modo, con lo aiuto però della tua canna, o asta, laquale se noi diuideremo dallo occhio nostro a terra in sei parti, che sieno per modo di dire, sei mezze braccia fiorentine, quando bene nell'operare tu hauessi a stare alquanto piu alto che sul piano del terreno, per non esser tu dallo occhio a terra tre braccia a punto; & questo, perche dal diuider questa canna in sei parti, ce ne verranno manco rotti, nel far poi la tua ragione di abbaco, i quali sogliono spesso arrecare confusione: & sia detta asta, o canna A B, *& lo spacio da misurarsi, sia o fosso, o valle, o fiume, sia* B C. *Posta poi la tua canna ritta a piombo, & sospeso da essa lo Astrolabio, & posto lo occhio alla* A, *talmente che la veduta corra per amendue le mire della linda al punto* E, *che è la parte al rincontro della tua distantia. Considerinsi allhora le parti intersegate dalla linda, & siano sei della ombra versa: le quali riducendole, come si è insegnato, alle parti della ombra retta, le faremo* 24. *che abbraccieranno horamai vno intero lato della scala retta, & la distantia della veduta sino ad* A C. *Saranno adunque le parti della ombra retta* D E. *Hora discorreremo in questo modo. Hauendo noi duoi triangoli, cioè* A B C, *&* A D E, *gli angoli de quali* D *&* B, *sono uguali (imperoche ei son retti) & lo angolo* A, *è comune all'uno, & all'altro. Lo angolo* C, *& lo* E, *che rimangono per la trentaduesima del primo di Euclide, saranno medesimamente uguali. perilche & i lati de triangoli saranno comuni, & haranno di necessità mediante la quarta del sesto di Euclide la medesima proportione. Adunque si come* A D, *intero lato della scala, corrisponde al lato* D E, *le parti cioè della ombra retta: cosi* B A *corrisponderà, cioè la lunghezza della asta alla* B C, *distantia del fiume, o del fosso. Multiplichinsi adunque* B E, 24. *parti cioè della ombra retta, per*

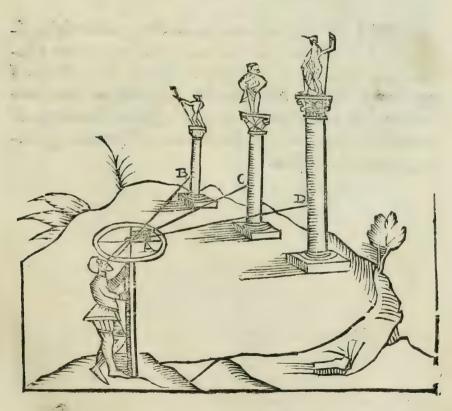
A B,

A B, *cioè per 6. che è la lunghezza della asta, & ce ne verrà* 144. *Et diuidendosi questo numero per* 12. *che è lo intero lato della scala, ce ne uerrà* 12. *che sarà la distantia, o larghezza del fiume, o del fosso, che noi andauamo cercando.*

Come si possino misurare di piu cose poste in un piano, come sarieno alberi, o colonne, o simili, le distantie, che sono infra te, & loro, & le distantie ancora che sono infra l'una, & l'altra di esse colonne, o alberi. Cap. XXI.

SIANO *sei alberi* A B C D E F, *de quali noi vogliamo pigliar le distantie, che sono fra essi & noi, & le distantie ancora che sono infra di loro. Fermeremoci nel punto* G *noi, & seruendoci della canna, o asta piglisi la distantia, che è fra ciascun di essi & noi, come si insegnò nel Cap.* 20. *& notinsi queste distantie come che si habbino a tenere a mente. Et per modo di esempio sia* G A 60. *braccia,* G B 50. G C, 40. G D, 50. G E, 40. *&* G F, 50. *& prese che harcmo tutte queste distantie, adattisi lo instrumento in modo che venga a piano, come si adoperano le bussole, & il suo centro venga nel punto* G, *& fatto questo, senza muouer punto lo instromento: dirizisi la linda allo* A, *& notisi il grado del cerchio de gradi di esso Astrolabio intersegato dalla linda mentre, che si vedrà per essa il detto albero* A. *Et pongasi da parte detto grado notato, & voltata poi la linda all'albero* B, *si noti pur il grado doue batterà detta linda, & si faccia il medesimo del* C D E F. *Dicasi, che fra l'albero* A, *& l'albero* B, *siano compresi nell'Astrolabio* 20. *gradi. fra* B, *&* C, 15. *& fra* C, *&* D, 30. *& infra* D, *&* E, 25. *& vltimamente fra* E, *&* F, 30.

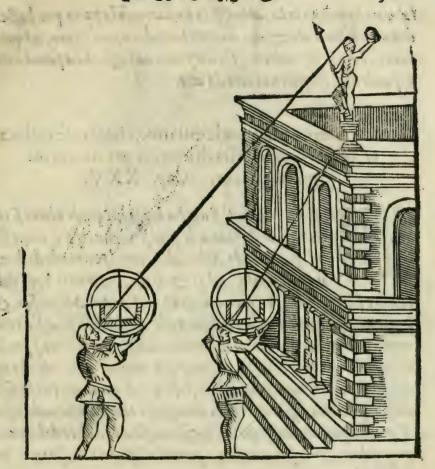
Disegnisi

Diſegniſi dipoi con le ſeſte ſopra un foglio, un cerchio grande a modo noſtro, ſcompartendolo in 360. parti, o gradi; & il ſuo centro ſia G, che rappreſenti il punto della poſitura, doue ſtette nell'operare lo Aſtrolabio, quando ſi preſono le diſtantie delli alberi. Da queſto punto G, che haremo fatto ſul foglio, tiriſi una linea diritta, lunga a beneplacito noſtro, che ſia G A; et queſta diuidaſi in tante parti fra loro uguali, quante furono le braccia, che ſi trouaron eſſere fra G, et A, quali preſupponemmo che erano 60. Preſa dipoi la diſtantia de gradi, che noi trouammo eſſere nello Aſtrolabio infra A, & B,

tirisi vna linea dal centro G, *la quale sarà* G B, *& verrà all'albero* B, *& la diuideremo in* 50. *parti uguali, che sono comprese infra* G B. *Preso dipoi nello Astrolabio il numero de gradi, che era compreso infra* B C, *tirisi vn'altra linea dal centro* G, *che sia* G C, *la quale diuidasi nella distantia delle sue braccia, che furno* 40. *Questo medesimo si faccia de gli altri alberi con la medesima regola, & tirinsi le lor linee dal centro* G, *a ciascuno di essi, & diuidinsi nelle distantie delle braccia. Vltimamente congiunghinsi insieme le teste di queste linee, cioè* A B, B C, C D, D E, E F, *con linee rette, & aperte le seste piglinsi le distantie infra l'vno albero, & l'altro, & trasportinsi nella distantia, che è fra il* G, *& lo* A, *& veggasi quanto le seste abbracciano di quelle parti, che rappresentano le braccia, & si saprà per questa via quante braccia sieno fra l'vno, & l'altro di ciascun di essi alberi, che è quello, che si cercaua.*

Come si misurino le distantie di molte cose poste per lunghezza in un filo in piano, trouandosene in alcun luogo lontano. Cap. XXII.

SE DVE, *o piu cose saranno fra loro lontane non per larghezza, ma per lũghezza, come le colonne, che fusser poste a filo, opererassi quasi nel medesimo passato modo. Et per esempio, siano tre colonne* B, C, D, *&* *stiasi fermo nella positura* A, *piglisi la prima cosa seruendosi dello*

 aiuto

aiuto della àsta, o canna, la distantia A D *(come si insegnò) & nel medesimo modo, la distantia ancora* A C, *& la* A B *; dipoi hauendo prese queste distantie, traggasi la minore, cioè la* A C *dalla* A D, *& la* A B *dalla* A C; *& si trouerà facilissimamente, quanto ciascuna di esse colonne sia lontana dalla altra.*

Come si misurino le cose poste in luoghi alti, cioè finestre, capitelli di colonne, statue, & qual si voglia altra cosa ritta sopra qual si voglia altezza. Cap. XXIII.

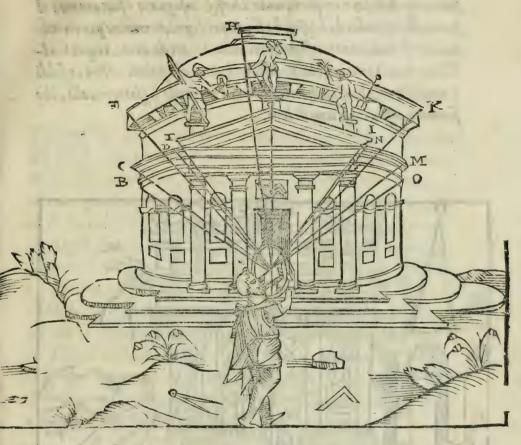
MISVRISI *la prima cosa la altezza dello edificio, sopra il quale sarà collocata essa finestra, capitello, o statua, come già si insegnò nel Cap. XVIII. Et dipoi si rimisuri la altezza della cima della statua insieme con tutto lo edificio, & traggasi poi l'altezza della figura dalla altezza del tutto; & haremo la altezza della statua, che si cercaua, & l'altezza ancor dello edificio.*

Come

Come ſtando in terra ſi poſſa trouare un punto, che a piombo corriſponda al punto di alcuna coſa collocata in alto. Cap. XXIIII.

SOSPENDASI *per lo anello lo Aſtrolabio, & diriZiſi la linda a quel punto di ſopra, al quale noi vorremo trouar il punto di ſotto, che li corriſponda a piombo: & notato quello, ſenza muouere punto lo Aſtro-*

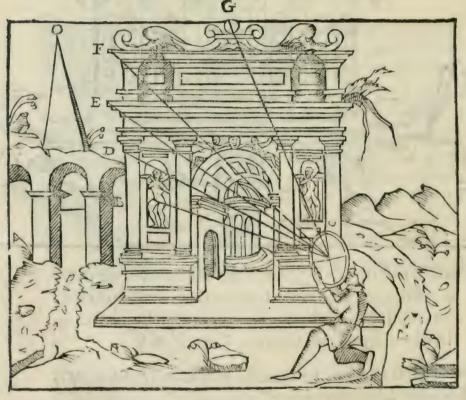
labio,ne in quà,ne in là, abbassisi la linda verso la parte piu bassa della medesima altezza,et dirizisi la veduta per le mire, & quel punto,che per esse vedremo, sarà il punto da basso,che a piombo corrisponde al propostoci numero da alto.

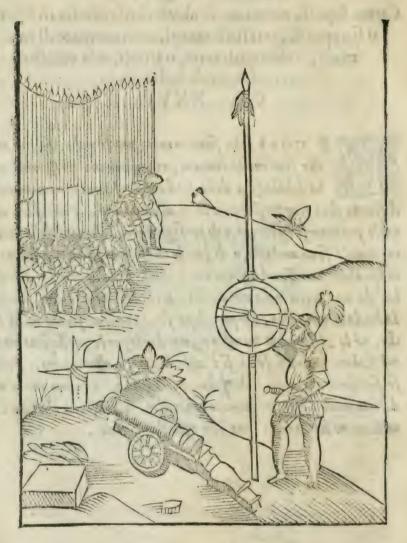
Come si possino misurare le distantie, che le cose collocate ad alto hanno infra di loro, et per altezza, & per larghezza. Cap. XXV.

PRESA *da qual si uoglia luogo,nel quale altrui si ritruoui, la distantia di qual si voglia cosa, come si è insegnato con lo Astrolabio, come per modo di dire della* A B, *&* C, *&* D, *& di* E F. G, *& di* H Y, *& delle altre parti,quali ci occorrino di qualche Tempio Magnifico & honorato. (ilche sarà cosa vtilissima alli Architettori, & a coloro,che si dilettano di mettere in pittura alcuna prospettiua) per hauere la intera notitia d'esse distantie già trouate delle cose che noi cerchiamo. Multiplichinsi in loro stesse quadratamente (ilche si farà senza molta difficultà con lo aiuto della tauola delle radici quadrate,che porremo nel sesto libro) & cauisene la radice del numero quadrato,& cosi trouer emo a punto la distantia di esse cose, come desiderauamo.*

Come si misurino le distantie delle medesime cose poste ad alto, cioe quando elle sieno per larghezza l'una lontana dall'altra, molto piu facilmente se il luogo sarà tale, che ui si possa accostare. Cap. XXVI.

SOSPESO *per lo anello a qualche cosa stabile lo Astrolabio, acciò che non si muoua, dirizisi la linda dalla* A *al* B, *per star pur nel medesimo esempio, dipoi al* C D E F G H Y, *& finalmente quanti segni, o termini si voglino, &*

 procurisi

procurisi di notare in quel modo che si è insegnato esattamente il punto del piombo da basso, che segno per segno, o termine per termine corrisponde a tutti i segni, o termini notati da alto: a i quali all'hora accostandoci, misurinsi con braccia, o palmi, o lire, o soldi (non ostante, che il piano non sia cosi commodo) gli interualli, che saranno infra ciascuno di loro.

Come si possa ritrouare, se alcuna cosa che sia in moto, ti si appressi, o ti si allontani, come armate di maniere, o eserciti di terra, o simili, cosa vtilissima a Generali delli eserciti. Cap. XXVII.

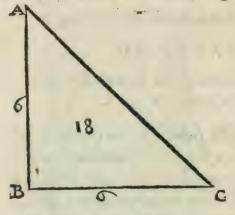
LE COSE che sono in moto per lunghezza, quando elle sono molto lontane, ci ingannano spesso mediante la debolezza della veduta, & malageuolmente si discerne se ci si appressano, o ci si allontanano. Però sarà cosa vtile per potersi risoluere, o di perseguitare lo esercito dello inimico quando se ne andasse, o di far le tue preparationi per aspettarlo quando venisse ad affrontarti. Sospeso adunque lo Astrolabio da vna picca, o da altra asta, acciò stia piu fermo, dirizisi la linda allo inimico, & poco dopo senza mutar punto nè la linda, nè lo Astrolabio tornisi a riguardarlo per le medesime mire, & subito vedrassi se ci si è appressato, o allontanato. Perche se senza muouer lo Astrolabio, nè la linda, vedremo per le medesime mire l'esercito inimico piu volte, si conoscerà che non ci si auicina nè allontana: ma che egli sta fermo.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

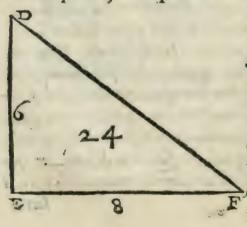
LIBRO SECONDO.

Come si misuri una superficie di un triangolo retto, che ha duoi lati uguali. Cap. I.

INFRA tutte le superficie, che ci possono occorrere da misurarsi, pare che si attribuisca il primo luogo al triangolo, atteso che non si puo chiudere superficie alcuna da manco linee, che da tre. Et de triangoli ne sono alcuni, che hanno un'angolo retto; perilche si chiamano rettangoli. Alcuni altri hanno tutti a tre gli angoli acuti, chiamati da Greci, & da Latini Oxigonij, i quali noi potremo chiamare di angoli sotto squadra, o acuti. Alcuni altri ancora ne sono, che hanno un angolo Ottuso, i quali noi potremo chiamare triangoli con angoli sopra a squadra. Tratteremo adunque primieramente de triangoli retti. Secondariamente delli Acuti, & ultimamente delli Ottusi, o sopra squadra. De triangoli retti ne sono alcuni di duoi lati uguali, & alcuni, che hanno tutti a tre i lati disuguali. Dicasi prima di quelli, che hanno duoi lati uguali, i quali si misurino in questo modo. Misurisi uno de suoi lati uguali, & multiplichisi per se stesso, & la metà di tale multiplicato, sarà il numero delle braccia di detto triangolo; ouero multiplichisi uno de lati uguali, per la metà dell'altro a lui uguale, che sarà il medesimo. Ma per maggior dichiaratione dicasi, che il triangolo rettangolo sia A B C, *i*

lati del quale A B, *&* B C, *siano uguali, che nel punto* B, *fanno lo angolo retto, & sia ciascuno di questi lati braccia* 6. *se si multiplica* 6. *vie* 6. *ce ne verrà* 36. *il qual numero diuiso per dua ci*

resterà 18. *dicesi il campo detto in triangolo rettangolo di lati uguali esser* 18. *braccia: ouero diuidasi* B C *in due parti, l'una delle quali sarà* 3. *& multiplichisi poi questa parte per il lato intero* A B, *che è* 6. *si vede che* 3. *vie* 6. *fa* 18. *talche nell'un modo, & nel l'altro haremo, che il propostoci triangolo è* 18. *braccia a punto.*

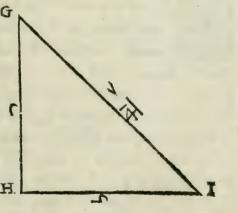
Del triangolo retto, di lati disuguali. Cap. II.

QVESTA *passata regola serue a misurare ancora i triangoli retti di lati disuguali; conciosia che se si misureranno i duoi lati, che concorrono a far l'angolo retto; & si multiplicheranno l'un per l'altro, la metà del multiplicato sarà la quantità delle braccia del detto triangolo.*

Seruaci per esempio, che il triangolo retto di lati disuguali sia D E F, *& l'angolo retto sia* E, *&* D E *sia braccia* 6. E F *braccia* 8. *multiplichinsi* 6. *vie* 8. *farà* 48. *ilche partasi per dua, ce ne verrà* 24. *che tante braccia sarà detto triangolo propostoci, ouero multiplichisi il*

3. *che*

3. *che è la metà del 6. per 8. & ce ne verrà pure medesimamente 24. che è il numero delle braccia di detto campo, o triangolo.*

Come si troui la quantità de lati vguali di vn triangolo con angolo retto, dato che sappiamo, quante braccia è il lato, che è rincontro all'angolo retto; o come si trouino le braccia di detto lato, sapute le braccia delli altri duoi lati. Cap. III.

SE PER qual si voglia cagione ci bisognassi, saputo quante braccia fusse il lato del triangolo, che è posto rincontro all'angolo retto, sapere le braccia de gli altri duoi lati uguali, che cõcorrono a fare detto angolo retto; faremo in questa maniera. Multiplichisi il lato a noi già noto per se stesso; & di tale multiplicato piglisi la metà; & di questa metà cauisi la radice quadrata, la quale ci darà le braccia dell'uno, & dell'altro lato, che cercauamo. Et seruaci per esempio, che il propostoci triangolo sia G H I, *del quale il lato* G I *sia quello, che è rincontro allo angolo retto, & sia braccia* $7.\frac{1}{14}$ *a noi già note, multiplichisi questo numero in se stesso, che ci darà braccia 50. piglisene di poi la metà, cioè 25 & la radice quadrata di 25. è 5. dicesi adunq;, che ciascun de lati uguali, che concorrono a far l'angolo retto, cioè* G H,

& H I

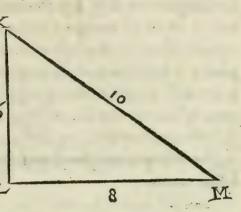
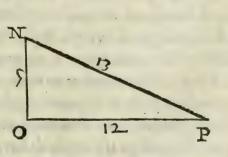
& H L sono braccia 5. per uno.

Et se per il contrario, posto che noi hauessimo notitia de lati G H, & H I, & ci bisognasse sapere quante braccia è l'altro, che è rincontro allo angolo retto, multiplichisi il numero 5. per se stesso di G H, & ci darà 25. & cosi quello di H I, che ci darà pur ancor esso 25. i quali numeri raccolti insieme ci daranno 50. dicesi che se si cercherà la radice quadrata di 50. trouerranno, che ella è 7 $\frac{1}{14}$ che sarà apunto il numero delle braccia del lato G I, che è posto rincontro allo angolo retto. Conciosia che per la quarantasettesima del primo di Euclide, ne' triangoli di angoli retti, quel quadrato, che si fà del lato posto rincontro all'angolo retto, è uguale a i duoi quadrati; che si fanno de gli altri duoi lati, che concorrono a fare l'angolo retto, & cosi per il contrario.

Come propostoci un lato si possa fare un triangolo rettangolo di lati proportionali. Cap. IIII.

P ROPOSTOCI *un lato, se uorremo fare un triangolo rettangolo di lati proportionali, faremo in questo modo. Considerisi prima, se il propostoci lato è di braccia, che siano, o in pari, o in casso; & per esempio trattisi prima di quello, che è di braccia pari, & dicasi che il propostoci lato sia K L, & sia braccia 6. diuidasi il 6. in dua parti, ce ne uiene 3. il qual 3. multiplichisi per se stesso, ce ne uerrà 9. del qual numero tragghasene uno, ci resterà 8. Dicesi che questo 8. sarà il lato di L M, proportionale al K L, che concorre con esso a far l'angolo retto. Et se si aggiugnerà a questo 8. un 2. dicesi che questo numero 10. sarà l'altro lato proportionale a gli altri duoi, posto rincontro all'angolo retto del triangolo K L M. Et se sapendo, quante braccia sia il*

lato

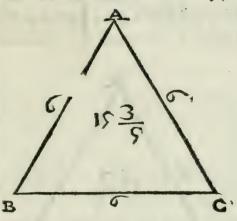
lato K L, *& il* K M *riscontro allo angolo retto, & ci bisognasse sapere mediante questi, quante braccia fusse* L M, *multiplichisi il* 6. *in se stesso, che ci darà* 36. *& il* 10. *ancora in se stesso, che ci darà* 100. *traggasi poi* 36. *di* 100. *ci rimarrà* 64. *la radice quadrata del quale sarà* 8. *adunque tante saranno le braccia del lato* L M *come erano prima, & se sapute quante braccia sia* K M, *&* M L, *ci bisognasse sapere mediante questi duoi lati, quante braccia sia* K L, *multiplichinsi in se stesse le* 8. *braccia di* M L, *che ci daranno* 64. *& il simile faremo di* K M, *che è* 10. *& ci darà* 100. *traggasi poi il* 64. *di* 100. *ce ne resterà* 36. *la radice quadrata del quale è* 6. *sarà adunque il lato a piombo* K L *braccia* 6.

Ma quando ci fusse proposto un lato, che fusse di braccia in numero casso, come per esempio sarebbe il lato N O, *che fusse braccia* 5. *& hauessimo a fare un triangolo rettangolo di lati disuguali, ma proportionali, faccisi in questa maniera. Multiplichisi questo lato* 5. *in se stesso, ci darà* 25. *del qual* 25. *traggasene uno, ce ne resterà* 24. *dicesi che la metà di questo* 24. *che è* 12. *sarà il numero delle*

braccia

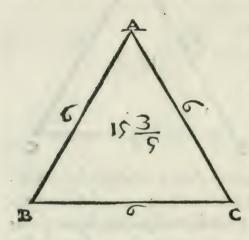
braccia del lato O P. *proportionato allo* N O, *& che seco concorre a far l'angolo retto. Et se a questo numero* 12. *si aggiugnerà* 1. *diuenterà* 13. *che sarà il numero delle braccia del lato* N P *proportionale a gli altri duoi, che con esso fanno il triangolo rettangolo di lati disuguali* N O P: *& è la medesima ragione quella del lato del triangolo* N O P, *anzi di tutti gli altri triangoli, che hanno lati disuguali, saputo; che haremo duoi lati, in cercar del terzo, che quella, che poco fa habbiamo detto del triangolo* K L M, *& per via di esempio, discorsa, secondo la quarantasettesima del primo di Euclide, donde l'habbiamo cauata.*

Come si misurino i triangoli d'angoli sotto squadra, o acuti, & del modo di ritrouar' i lati l'un per l'altro. Cap. V.

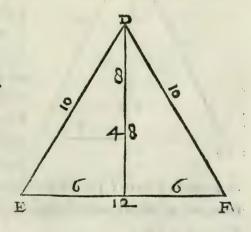
I TRIANGOLI, *che ci si possono offerire, che habbino tre angoli acuti; sono di tre sorte, o di tre lati uguali, o di duoi uguali, & il terzo disuguale, o di tre lati disuguali: & si possono misurare in varij modi, de quali habbiamo scelti li piu facili, & i piu certi. Sia il primo de triangoli acuti, & di lati uguali, del quale vogliamo sapere la pianta. Multiplichisi uno di questi lati in se stesso, & quel che ne viene si multiplichi un'altra volta per* 13. *& quel che ne risulta si parta per* 30. *Dicesi, che ne verrà un numero, che sarà la quantità delle braccia del propostoci campo, o triangolo: & per maggior chiarezza eccone lo esempio. Sia il detto triangolo di lati uguali, & d'angoli acuti, del quale qual si uoglia de lati uguali sia* 6. *braccia: multiplicato questo numero in se stesso, ci darà* 36. *il qual* 36. *rimultiplicato per* 13. *ci darà* 468. *il che partito p* 30. *ce ne verrà* 15 $\frac{18}{30}$.

per

per parte, i quali $\frac{18}{32}$ sono $\frac{3}{5}$ d'uno intero, adunque 15. $\frac{3}{5}$ sarà la pianta del proposto ci triangolo A B C. *Et se questa pianta si multiplicherà per 30. et si partirà quel che ce ne verrà p 13. la sua radice quadrata, che ce ne verrebbe, sarebbe il numero delle braccia di qual s'è l'uno de lati uguali: & seruaci per esempio. Multiplichisi le braccia 15. & $\frac{3}{5}$ per 30. & ce ne verrà 468. percioche del multiplicato di 15. in 30. ne viene 450. et del multiplicato di $\frac{3}{5}$ in 30. ne viene $\frac{90}{5}$, che sono 18. interi, i quali aggiunti al 450. fanno la somma 468. il qual numero diuiso p 13. ci darà p ciascuna parte 36. la radice quadrata del quale 36. è 6. il qual num. delle brac. è q̃l di qual si voglia lato del triangolo* A B C, *come da principio dicemmo.*

Puossi ancora per altra via trouare il numero delle braccia de la pianta, o spazzo di detto triangolo di lati uguali: seruēdoci della linea, che partendosi da qual angolo si voglia caschi a piōbo sopra il mezo del lato, che sotto li sia disteso; la qual linea a piombo si ritroua in questo modo. Multiplichisi vno di questi lati uguali per 13. & diuidasi poi il multiplicato per 15. ciascuna di quelle parti, che ce ne verrà, sarà il numero delle braccia di questa linea a piombo. Et per sapere mediante q̃sta linea, quanto sia tutta la pianta, multiplichisi la quātità di detta linea per la metà d'un quale si voglia lato del triangolo; & quel che ce ne verrà, sarà la quantità della pianta, ò spazzo di esso triangolo. Seruaci per esempio, che ciascuno lato del detto triangolo A B C, *sia medesimamente braccia 6.*

Multiplichinsi 6.per 13.& ce ne verrà 78.il qual numero diuidasi per 15.ce ne verrà 5. $\frac{1}{5}$.sarà adunque la linea a piõbo, che per modo di esempio cadrà dall'ãgolo A, nel mezo della basa BC braccia 5 $\frac{1}{5}$ il qual numero se si multiplicherà p 3.cioè per mezo il lato del triãgolo, ci darà 15 $\frac{1}{5}$ che fu il numero delle braccia, che trouammo esser secondo il primo modo la pianta del triangolo. Et se noi vorremo mediante questa linea a piombo sapere quante braccia sieno essi lati, multiplichisi essa a piombo per 15. & quel che ce ne risulta partasi per 13. & quel che ce ne verrà per parte sarà a punto la quantità delle braccia di qual si uogli a lato. Et seruaci per esempio la poco fa trouata linea a piõbo, che fu 5 $\frac{1}{5}$ la quale multiplicata per 5.ci darà 78.percioche 5.vie 15.fa 75.& $\frac{1}{5}$ vie 15.fa $\frac{15}{5}$ che sono 3.interi, quali aggiũti à 75.fanno 78.il quale 78.partẽdolo per 13.ci darà per ciascuna parte 6.braccia, come poco fa si dimostrò mediante la pianta. Trouansi da lati le braccia de la pianta, & dalla pianta le braccia de lati, & similmente da essi lati le braccia della linea del piombo, & da lei le braccia della pianta, & le braccia de lati.

Come

Come si misurino i campi in triangolo di tre angoli acuti, & di duoi lati uguali, & vn disuguale. Cap. VI.

I TRIANGOLI acuti, che hanno duoi lati vguali, & vno disuguale, si misurano in questo modo. Multiplichisi la metà della sua basa in se stessa, & serbisi da parte tal multiplicato; dipoi si multiplichi ancora vno de suoi lati uguali in se stesso; & traggasi dal multiplicato di questo lato il multiplicato della metà della basa, et trouisi la radice quadrata di quel che ce ne resta, la quale ci darà a punto la quantità della linea a piombo: la quale se noi multiplicheremo per la metà della basa, haremo la quãtità dello spazzo del triãgolo detto di duoi lati uguali, & tre angoli acuti. Et seruaci per esempio, che il detto triangolo sia D E F; *i duoi lati del quale* D E, *&* D F, *sono fra loro vguali, & di braccia* 10. *l'uno; & la basa, ouero l'altro lato disuguale, sia braccia* 12. *Multiplichisi adunque la metà della basa, che sarà braccia* 6. *in se stessa, & ci darà* 36. *& oltra questo multiplichisi ancora un lato de gli uguali, che sarà* 10. *& ce ne verrà* 100. *del quale* 100. *se ne trarremo* 36. *ce ne resterà* 64. *la radice del quale* 64. *è* 8. *& tante braccia sarà la linea a piõbo, che dall'angolo* D *cascò in su la basa* E F. *Multiplichisi dipoi questo* 8. *per la metà della basa, che sarà* 6, *& ce ne*

uerrà 48. il qual 48. sarà apunto il numero delle braccia dello spazzo, o vogliamo dire pianta del nostro triangolo di tutti li angoli acuti, & di duoi lati uguali.

Non voglio, che mi paia fatica dare uno altro esempio di un'altro triangolo simile, pur di angoli acuti, & di duoi lati uguali, che sia G H I, *la basa del quale sia braccia* 10. & *ciascuno de lati uguali sia brac.* 13. *se noi vorremo ritrouare lo spazzo, o la piãta, multiplichisi la prima cosa la metà della basa in se stessa, che è* 5. *et ce ne verrà* 25. & *dipoi pur si multiplichi uno de suoi lati uguali, che è* 13. *in se stesso, & ci darà* 169. *dal quale traggasi il* 25. *ce ne resterà* 144. *la radice quadrata del qual numero sarà braccia* 12. *il qual numero sarà la quãtità delle braccia della linea a piõbo, che dall'angolo* G, *cadrà apunto in sul mezo della basa* H I. *Et se mediante questa linea a piõbo uolessimo trouare quãte braccia sia lo spazzo, o pianta di esso triangolo, multiplichisi la metà della basa, che è* 5. *p* 12. *che sono le braccia della linea a piombo, & ce ne verrà* 60. *numero apunto delle braccia dello spazzo, o della pianta del detto triangolo* G H I: & *se finalmente noi piglieremo la metà di questo* 60. *che è* 30. *haremo la quãtità dell'uno, & dell'altro triangolo ad angolo retto, che insieme fanno il triangolo di duoi lati vguali* G H I.

G
13
13
30
30
60
5
5
H
10
I

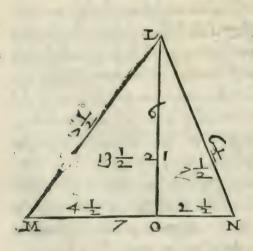
Come

Come si misuri un campo, ouero vn triangolo, che habbi tre angoli acuti, & tre lati disuguali. Cap. VII.

NEl voler misurare vn campo si fatto, ci bisogna la prima cosa cercare della linea a piombo, la quale troueremo in questo modo. Multiplichisi ciascuno de lati in se stesso; & serbinsi daparte i loro multiplicati. Raccolgasi dipoi il multiplicato della basa; & del destro lato insieme, & quel che ce ne risulta, traggasi il lato sinistro, cioè il suo multiplicato; & di quel, che ci resta, piglisi la metà, & partasi per il numero della basa, & quel che ce ne verrà, sarà il numero della parte destra della basa, sopra la quale debbe cadere la linea a piombo. Multiplichisi adunque questa diuisione destra in se stessa; & traggasi quel ce ne uiene, da qual ci viene del multiplicato del lato destro, & di quel ci resta piglisi la radice quadrata, la quale ci darà la quantità della a piombo.

Oueramēte faremo in questo altro modo, raccolti insieme i numeri multiplicati in loro stessi, & della basa, et del lato sinistro, traggasi da quel ce ne risulta il multiplicato in se stesso del lato destro; & la metà di quel ce ne viene; si diuida per il numero della basa, et di quella rata, che ce ne verrà, ci darà la quantità delle braccia del lato sinistro, doue si ha a diuidere la basa, cioè doue a punto debbe cadere la linea a piombo ad angoli retti sopra detta basa. Se questa diuisione finalmente si multiplicherà per se stessa, et quel ce ne viene; si trarrà del multiplicato in se stesso del lato sinistro, ce ne resterà un numero, la radice quadrata del quale sarà la quantità delle braccia della linea a piombo. Poi che adūque in qual l'uno si uoglia di questi modi haremo notitia della linea a piombo; se noi la multiplicheremo per la metà della basa, haremo precisamente la quātità

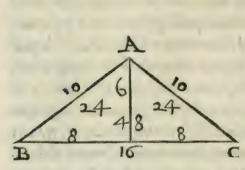
delle braccia del campo, o del triangolo di tre lati disuguali, & di tre angoli acuti, come ci proponemmo.

Ma seruaci per esempio, che questo triangolo di lati disuguali, & di angoli acuti, sia L M N *: del quale il lato sinistro* L M *, sia braccia 6. $\frac{1}{2}$ & il lato destro* L N *, sia braccia 7. e mezo, & la basa* M N *sia braccia 7. a pũto, multiplichinsi le braccia 6. e mezo, del lato sinistro in se stesso, & ci daranno 42. Multiplichisi dipoi il 7. e mezo, del lato destro in se stesso, & ci darà 56. Oltra di questo multiplichisi la basa, che è 7. & ce ne verrà 49. Raccolgasi dipoi il 56. & il 49. insieme, & ce verrà 105. dal quale se trarremo il 42. ce ne resterà 63. la metà del qual numero è 31. e mezo: il qual numero partendosi per 7. che è il numero della basa, ce ne verrà 4. e mezo, le quali saranno le braccia della parte destra della basa segnata* N O*, diuisa dalla parte sinistra sul punto* O*, doue la linea* L *debbe cadere a piombo. Multiplichisi di nuouo il 4. e mezo, in se stesso, et ce ne verrà 20. il qual 20. se lo trarremo dal 56. ce ne resterà 36. la radice quadrata del quale sarà 6. che sarà la quantità delle braccia della linea a piombo* L O *, che andauamo cercando. Trouasi ancora essa linea del piombo in un'altro modo. Raccolgasi insieme 42. & 49. che fa 91. dal qual numero traggasi 56. et ce ne resterà 35. la metà del qual numero è 17. e mezo, il qual numero diuiso per la basa, che fa 7. ci darà per ciascuna parte 2. e mezo,*

che

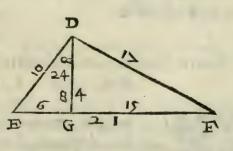
che ſono la quãtità delle braccia del lato manco della baſa M O: *ſe ſi multiplicherà adũque q̃ſto 2.e mezo,in ſe ſteſſo,ci darà 6. il qual 6.tratto dal 42. ce ne reſterà 36. la radice del qual 36.è 6. che è pure la medeſima quãtità delle braccia della linea a piombo. Multiplichi ſi ultimamẽte queſta linea a piõbo già trouata 6.p 3.e mezo,che è la metà della baſa,& ce ne verrà 21.il qual 21.è la quãtità delle braccia del noſtro campo in triangolo di tre angoli acuti, & di tre lati diſuguali, che da prima ci proponẽmo ſegnato* L M N. *Mediante le coſe dette, ne ſeguita, che faciliſſimamente ſappiamo la quantità apparata dell'uno, o dell'altro triangolo* L M O, & L O N *ſeparatamente. Perche ſe noi multiplicheremo la metà della linea a piombo* L O,*che è 3.per la parte ſiniſtra della baſa, che è* O M, *cioè per 2.e mezo,ce ne verrà lo ſpazzo del triangolo* L M O, *che è braccia 7.$\frac{1}{2}$ il qual numero tratto dal tutto dello ſpazzo del triangolo,che è 21.ce ne reſterà lo ſpazzo del triãgolo* L O N,*che ſarà 13 $\frac{1}{2}$.Ouero multiplicato il 3. cioè la metà della linea piombo,per 4. e mezo,che è la parte della baſa* O N, *ce ne verrà 13.e mezo, che è medeſimamente la quantità dello ſpazzo del detto triãgolo* L O N, *il qual tratto da 21.ci darà 7.e mezo,che è lo ſpazzo del triangolo* L M O: *& il ſimile ſi può fare delli altri triangoli ſimili.*

De triangoli, con lo angolo ſopra ſquadra, come ſi miſuri un triangolo ſopra ſquadra, che ha duoi lati uguali, Cap. VIII.

I*T*RIANGOLI *di angolo ottuſo, o ſopra ſquadra ſono ſolamente di due ſorti, o eſſi hanno duoi lati uguali, ouero tre diſuguali. Quello, che harà duoi lati uguali,ſi miſura in quel medeſimo modo, che ſi miſurò il trian-*

golo di tre lati acuti, & duoi lati uguali, come si disse nel capitolo sesto di questo libro. Conciosia, che la prima cosa bisogna trouare la perpendiculare, cioè la a piombo, che da un'angolo piu commodo caschi in su la basa, che li sarà rincontro, dipoi bisogna multiplicare la medesima a piõbo per la metà di essa basa, & ce ne verrà lo spazzo del detto campo in triangolo con l'angolo sopra a squadra, & di duoi lati uguali.

Et per maggior dichiaratione, seruaci per esempio, che il triangolo d'angolo sopra squadra, & di duoi lati uguali sia A B C, del quale A B, & A C, siano i lati uguali, di braccia 10. l'uno & la basa B C sia braccia 16. simili: multiplichisi 10. in se stesso & ce ne verrà 100. & poi multiplichisi la metà della basa, che è 8. in se stessa, & ce ne uerrà 64. il qual 64. traggasi dal 100. et ce ne resterà 36. la radice quadrata del quale è 6. che è la quantità de le braccia della linea a piombo, che dall'angolo A cade nella basa B C. Multiplichisi dipoi questa a piombo per la metà della basa, che è 8. & ce ne uerrà 48. che sono la quantità delle braccia del proposto triangolo con l'angolo sopra a squadra, & con duoi lati uguali, che dicemmo A B C. Et se noi diuideremo esso 48. in due parti uguali, haremo il numero delle braccia di qual si è l'uno de duoi triangoli causati di nuouo dalla linea a piombo, che sarà braccia 24.

Come si misuri un triangolo con l'angolo sopra a squadra, & di tre lati disuguali. Cap. IX.

IN QVEL medesimo modo, che si dimostrò nel settimo capitolo di questo libro, come si misura il triangolo di angoli acuti, & di tre lati disuguali, si misurerà ancora il triangolo di angolo ottuso, o sopra a squadra, & di lati disuguali. Et seruari per esempio, che il triangolo sia D E F, *del quale il lato* D E *sia braccia* 10. *& lo altro lato* D F *sia braccia* 17. *& la basa* E F *sia braccia* 21. *Multiplichisi il* 10. *in se stesso, & ci darà* 100. *& il* 17. *ancora in se stesso, & ci darà* 289. *& la basa ancora che è* 21 *& ci darà* 441. *raccolgasi poi* 441. *&* 289. *insieme, & ce ne verrà* 730. *dal quale* 730. *traggasi il* 100. *et ce ne resterà* 630. *la metà del quale è* 315. *Diuidasi dipoi* 315. *per* 21. *che è la quantita della basa, che serue per partitore, & ce ne verrà* 15. *il che sarà il numero delle braccia della lunghezza della parte della basa* G F, *ilquale numero multiplicato in se stesso fa* 225. *il quale tratto de* 289 *ci lascera* 64. *la radice quadrata del quale è* 8. *talche si può conchiudere, che la apiombo* D G *sia* 8 *braccia.*

Puossi ancora trouare questa linea del piõbo in altra maniera, cioè mettasi insieme il 100. *riquadrato del* D E, *con il* 441. *riquadrato della basa* E F, *et haremo* 541. *del qual trahẽdone* 289. *che è il riquadrato del lato* D F, *et ce ne restera* 252. *la meta del qual è*

126.

126 il qual numero partito per 21. che è la basa, ci darà 6. per parte, le quali sono le braccia della lunghezza della basa verso il lato manco E G. *Multiplichisi questo 6. per se stesso, & ce ne verrà 36. ilquale tratto dal 100. ci resterà 64. la radice quadrata del quale trouerremo essere 8. cioè la lunghezza della a piombo* D G. *Multiplichisi ultimamente la già trouata a piombo per la metà della basa, cioè 8. per 10.* $\frac{1}{2}$. *& ce ne verrà 84. il qual numero sarà la quātità delle braccia dello spazzo del propostoci triangolo* D E F, *con lo angolo sopra a squadra, & con tre lati disuguali.*

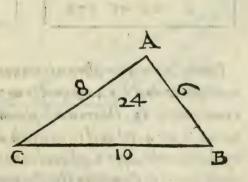
Dalche ne seguita, che se si multiplicherà la parte sinistra della basa E G. *per la metà della a piombo* D G, *cioè 6. per 4. haremo 24. che sono la quantità delle braccia dello spazzo del triaugolo* D F G. *Et così se noi multiplicheremo per il medesimo 4. le braccia della parte destra della basa* G F, *che è 15. ce ne uerrà 60. che sono le quātità delle braccia del triangolo* D G F: *della qual cosa, se noi vorremo fare la riproua, raccolgasi insieme 24. & 60. & haremo 84. che la quantità di tutto il triangolo* D E F: *& il simile si potrà fare di tutti i triangoli di lati disuguali, habbino essi, o angolo retto, o sotto, o sopra a squadra.*

Come si msuri uniuersalmente qual si uoglia sorte di triangoli. Cap. X.

PER maggior commodità senza hauere a sottoporsi alla linea del piombo, si misurerà generalmente qual si uoglia sorte di triangolo in questo modo. Raccolgasi insieme tutti i lati del triangolo, del quale vorremo sapere lo spazzo, & dipoi piglisi la metà di questo raccolto, da la quale metà traggasi separatamente i lati del nostro triangolo, &

notisi

notisi da parte le loro differentie, ouero quelli numeri, mediãte i quali ciascuno lato si discosta dalla meta del raccolto de tre lati insieme. Dipoi multiplichisi la meta di esso raccolto per quale si uoglia differentia, o numeri discostantisi detti, ma piu conuenientemente si farà per la differẽtia maggiore; & quel che ce ne verrà, multiplichisi per qual si uoglia delle altre rimasteci differentie; et quel ce ne uiene; rimultiplichisi per la vltima differentia, & di quel ce ne resulta si pigli la radice quadrata, che fara la quantita delle braccia del propostoci triangolo: ne importa in tali multiplicationi, qual ci facciamo prima, o la prima, o la seconda, o la terza; conciosia che sempre ce ne resulta il medesimo numero.

Seruaci per esempio il triangolo A B C, il sinistro lato del quale A B sia braccia 6. & il destro A C sia braccia 8. & la basa B C sia braccia 10. raccolgasi insieme 6. 8. 10. che farà 24. la metà del quale è 12. del qual trattone 6. ce ne resta 6. & trattone 8. ce ne resta 4. & trattone 10. ce ne resta 2. Multiplichisi adunque 12. per 6. fara 72

& 72. per 4. fara 288. & 288. p 2. fara 576. la radice quadrata del quale si è 24. che sono a punto le braccia del propostoci triãgolo A B C; sia egli, o di angoli acuti, o di angol retto, o d'angolo ottuso, o vogliamo dire sopra squadra. Haremo ancora il medesimo numero 576. se si multiplichera il 12. per 4. & quel, che ce ne uerrà, si multiplichera per 6. & quel, che di nuouo ce ne uerrà, si multiplichera per 2. Ouero se si multiplichera il medesimo 12. p 2. et quel

che

che ce ne verrà per 4. & quel ne verrà poi ancora per 6. Ouero se si multiplicherà il medesimo 12. per dua, & quel ne uerrà per 6. & quel ne verrà poi per 4. conciosia che sempre ne resulterà 576. come mostreremo nella dimostratione che segue de numeri.

1

12	uie	6	72
72	uie	4	288
288	uie	2	576

2

ouero	12	uie	4	48
	48	uie	6	288
	288	uie	2	576

3

12	uie	2	24
4	uie	24	96
6	uie	96	576

4

ouero	12	uie	2	24
	24	uie	6	144
	144	uie	4	576

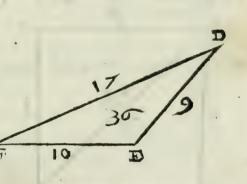
Potriasi ancora per altra uia trouare il medesimo numero 576. multiplicando il 6. p 4. & quel ce ne verra per 2. & quel ce ne verra ancora per 12. Ouero multiplicando il sei per dua, & quel ce ne verrà per 4. & quel ce ne uerrà ancora per 12. Oueramente multiplicando 4. per 2. & quel ce ne uerrà per 6. & quel ce ne uerrà poi per 12. Conciosia che sempre ce ne resulterà il medesimo numero, come per lo esempio di sotto si puo vedere.

Primo modo 6 uie 4. 24. & 2 uie 24. 48. & 48. uie 12. 576.
Secondo modo 6 uie 2. 12. & 4. uie 12. 48. & 48. uie 12. 576.
Tertio modo 4. uie 2 8. & 8 uie 6. 48. & 48. uie 12. 576.
Come per lo esempio si uede in tutta tre i modi, ne resulta 48. il quale multiplicato per 12. ci dà sempre 576.

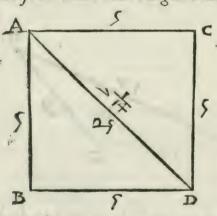
La importanza della regola è questa, che raccolti i numeri de

lati, di

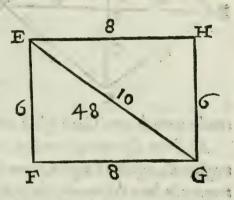
lati di qual si uoglia propostoci triangolo insieme, & preso la metà di quel che ne uiene, & notate le differentie di qual si sia l'un de lati, che auanzano alla metà del multiplicato, come poco fa si disse, che si multiplichi l'una differentia nell'altra, & quel che ne uiene nella terza; & quel che ce ne uiene, di nuouo si multiplichi per la stessa metà del numero, che già di tutti tre i lati raccogliemmo insieme. Et di quel che ultimamente ne uiene, se ne ha a pigliare la radice quadrata; che sarà quella, che ci darà la quantità delle braccia dello spazzo del detto propostoci triangolo.

E per maggior dichiaratione ne daremo un'altro esempio. Sia propostoci il triangolo D E F, *il lato sinistro del quale* D E, *sia* 9. *braccia, & la basa* E F *sia braccia* 10. *& il lato destro* D F *sia braccia* 17. *raccolgasi insieme questi numeri* 9. 10. & 17. & *ce ne uerrà* 36. *la metà del quale sarà* 18. *dal quale* 9. *è lontan per* 9. & 10. *per* 8. & 17. *per* 1. *talche le differentie sono* 9. 8. 1. *se si multiplicherà* 9. *per* 8. *ce ne uerrà* 72. *il qual multiplicato per* 1. *ci darà pure* 72. *percioche il multiplicare per uno non accresce. Multiplichisi poi* 72. *per* 18. *che è la metà di esso* 36. & *ce ne uerrà* 1296. *la radice quadrata del qual numero sarà* 36. *che sono la quantità delle braccia del triangolo* D E F. *che ci proponemmo, & il medesimo si farà di qual si uogli altro triangolo, sia egli di tre lati uguali, o pur di tre disuguali.*

Come

Come si misurino i campi quadri di lati vguali, et di angoli a squadra. Cap. XI.

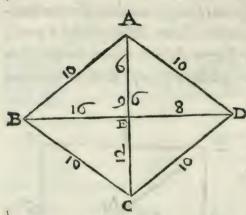
INFRA le figure quadre, che ci si possono offerire, le quali si habbino a misurare; pare conueniente, che il primo luogo sia del quadro di angoli a squadra & di lati vguali, il quale per nostro esempio sia A B C D, ciascun lato del quale sia braccia 5. a voler sapere quanto egli è, multiplichisi vno d' questi lati in se stesso, cioè 5. uie 5. & ci darà 25. il qual numero sarà la quantità delle braccia dello spazzo del nostro quadro. Et se ci bisognera trouare la quantita della linea schiancia-na, cioè della linea che partendosi da vno delli angoli andrà a trauerso a trouare l' altro angolo a lui opposto, come per esempio fa la linea A C; facciasi in questo modo. Multiplichisi A B in se stessa, & B C ancora in se stessa, ciascuna delle quali farà 25. il che raccolto insieme farà 50. la radice quadrata del quale è $7 \frac{1}{14}$. il quale numero è la quantità de le braccia della schianciana detta.

Come si misuri un campo che sia quadrilungo di angoli a squadra, e di lati dirincontro corrisponden-tisi. Cap. XII.

NEL medesimo modo ancora trouercmo la quantità delle braccia di vn quadrilungo, che sia di lati disuguali, ma di angoli a squadra, il quale per esempio sia E F G H; i lati del quale E H, & F G, sieno piu lunghi, che i lati

E F & H G, & de detti lati i primi ſiano per modo di eſempio braccia 8. l'uno, & i ſecondi braccia 6. l'uno. Multiplichiſi 8. per 6. & ce ne verrà 48. Diceſi lo ſpazzo del noſtro quadrilungo eſſere 48. braccia. Et ſe ſi multiplicherà 8. in ſe ſteſſo, ce ne verrà 64. & multiplicato il 6. ancora in ſe ſteſſo, ci darà 36. il qual numero raccolto inſieme cõ il 64. ci darà 100. la radice quadrata del quale ſarà 10. adunque 10. braccia ſarà la ſua ſchianciana, che partendoſi dall' angolo E, andrà diritta per il trauerſo allo angolo G, o vogliamo dire quella che ſi partiſſe dall'angolo H, & andaſſe a terminare nell'angolo F.

Come ſi miſuri vn campo quadro di lati vguali, ma di angoli diſuguali. Cap. XIII.

QVANDO ci fuſſe propoſto un campo quadro di lati uguali, ma di angoli diſuguali, miſureremolo in queſto modo. Saputa che è la quantità delle braccia de lati di detto quadro, truouiſi la quantità delle braccia delle linee, che partendoſi da gli angoli ſi attrauerſano l'una l'altra; & multiplichiſi la intera quantità di vna di eſſe per la metà dell'altra; & quel che ce ne uerrà, ſara la quantità delle braccia del preſuppoſtoci quadrato, o vogliamo dir mandorla.

Seruaci per eſempio, che queſto quadro, o mandorla ſia A B C D

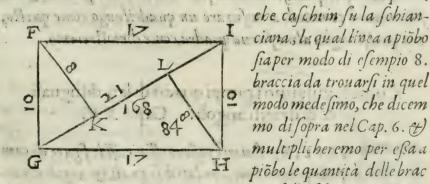
ciaſcun

ciascun lato delquale sia braccia 10. & la linea, che attrauersa A C, *sia braccia 12. & l'altra linea, che attrauersa* B D, *sia braccia 16. Multiplichisi 16. per 6. ouero 12. per 8. & ce ne verrà 96. che sono la intera quantità delle braccia di esso quadro, o mandorla, o rombo come dicono i Greci & i Latini, che ci era proposto.*

Et se non sapremo quante braccia sia vna delle linee che attrauersano da angolo ad angolo, o non la potremo misurare; bisogna trouare la linea del piombo, che cadendo da uno de gli angoli batte in su la altra, che ua da angolo ad angolo a noi incognita, per quella uia che si insegnò di sopra, nel 6. cap. di questo lib. Et multiplicare detta linea del piombo per la linea, che andando da angolo ad angolo li serue p basa presupposta che detta basa ci sia nota; ouero multiplicare la basa per la linea del piõbo, & quel che ce ne verrà sarà la quantità delle braccia di essa mandorla, come nello esempio dato poco fa: presupposto che noi sappiamo quante braccia sia la B D, *linea trauersa, & vogliamo trouare la a piõbo* A E, *ouero* E C; *ouero dato che noi sappiamo la quantità della linea trauersa* A C, *& vogliamo trouare la a piõbo* B E, *ouero* E D; *faccisi senza replicarlo, nel medesimo modo che si disse. Conciosia che in cosi fatte mandorle, o rombi, l'una & l'altra linea trauersa, diuide in due parti vguali detta mandorla, o rombo. Perciochè la trauersa piu lũga, cioè la* B D, *ne fa duoi triãgoli; che qual si è l'uno ha duoi lati vguali, vno angolo sopra squadra, & duoi sotto squadra, ouero acuti.*

Et la

Et la trauersa ancora piu corta A C, *diuide pure detta mandorla, o rombo in duoi triãgoli, che hanno duoi lati uguali, ma tutti gli angoli acuti, ouero ſotto ſquadra. Aggiungeciſi, che dette trauerſe ſi interſecano l'una l'altra ad angoli retti, & con lati reſpettiuamente fra loro uguali.*

Come ſi miſuri un campo quadrilungo di lati diſuguali, & d'angoli ſotto, et ſopra ſquadra. Cap. XIIII.

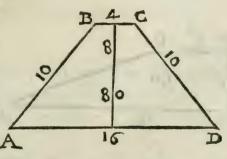
SE CI *fuſſe propoſto a miſurare un campo, che fuſſe quadrilungo di lati diſuguali, & di angoli ſotto, & ſopra ſquadra, chiamato da i Greci, & da Latini Rõboide; ilche credo, che in noſtra lingua potremmo chiamare ammandorlato: facciſi in queſto modo. Miſurinſi primieramente i lati, dipoi l'una delle ſchianciane, che lo attrauerſa; talmente che queſta ſchianciana diuiderà il detto ammandorlato in duoi triangoli uguali infra di loro, ma di lati diſuguali, & di angoli ſotto, o ſopra ſquadra, come ſi voglino. Perilche ſe ſi trouerà, o l'una, o l'altra linea a piõbo, che caſchi in ſu la ſchianciana, la qual linea a piõbo ſia per modo di eſempio 8. braccia da trouarſi in quel modo medeſimo, che dicemmo di ſopra nel Cap. 6. & multiplicheremo per eſſa a piõbo le quantità delle braccia della ſchianciana, ce ne verrà la quãtità delle braccia della noſtra forma del cãpo biſlungo in quadro, o ammãdorlato*

I che

che dir ci vogliamo. Il medesimo ci riuscirà ancora, se noi misureremo l'uno, & l'altro triangolo per quella via, o regola, che si disse, quando trattammo nel decimo cap. del modo vniuersale da misurare tutti i triãgoli, et addoppieremo dipoi il misurato di detti spazi. Seruaci per esempio, che il propostoci ammandorlato, o romboide sia F G H I, *del quale amenduoi i lati piu lunghi siano braccia* 17. *l'uno, et i più corti braccia* 10. *l'uno, & la schianciana sia braccia* 21. *debbesi adunque ritrouare la linea del piõbo* FK, *ouero* H L, *in quel modo, che si insegnò di sopra quale per la esperiẽtia si trouerrà esßere braccia* 8. *Multiplichisi adunque* 21. *per* 8. *& ce ne verrà* 168. *che è la quãtità delle braccia del nostro propostoci ammandorlato* F G H I. *Ouero misureremolo in quel altro modo, che si insegnò del misurare generalmente tutti i triangoli: hauẽdo di detto ammandorlato fatto con la schianciana duoi triãgoli, cioè* F G I, *et* G H L: *conciosia che in q̃sto modo trouerremo qual si è l'uno de duoi triangoli esßere braccia* 84. *che addoppiandole ce ne daranno* 168. *Questo modo veramente mi pare breuissimo, & molto piu facile, che lo altro, nel quale si hà ad adoperare la linea del piombo, & nõ solamente è commodo a misurare un quadrilungo come questo; ma qual si voglia altra forma quadra, come dimostreremo.*

Come si misurino i campi quadri di lati disuguali & di diuersi angoli. Cap. XV.

M O L T E, *& diuerse posßono offerircisi le figure de campi di quattro linee, con lati disuguali, & angoli diuersi. Percioche alcune posßono hauere duoi lati uguali, & la testa di sopra nientedimeno disuguale, alla sua basa, o testa di sotto, con duoi angoli acuti, & duoi ottusi. Alcune altre harãno*

ranno duoi angoli a squadra, & forse duoi lati uguali; & gli altri disuguali. Alcune altre forse non haranno ne lati ne angoli, che siano uguali, o corrispondentisi. Ma cominciercmo a dar lo esempio di alcuni di loro. Sia un campo di quattro linee A B C D, talmente fatto, che A B & C D siano fra loro uguali di braccia 10. l'una & la testa B C sia braccia 4. & la basa A D braccia 16. è di necessità trouare la sua linea del piombo, che dalla testa cadrà in su la basa, in questo modo. Multiplichisi uno di quei lati uguali in se stesso, & serbisi da parte tale multiplicato: traggasi poi la testa della basa; & di quel ce ne resta, piglisi la metà; & multiplichisi questa metà per se stessa; & quel che ce ne viene, traggasi di quel numero, che poco fa si serbò da parte, & di quel ci resta, piglisi la radice quadrata, la quale sarà a punto la quantità delle braccia della linea del piombo.

Quando poi noi vorremo misurare, o sapere, quante braccia sia lo spazzo di cosi fatto campo, raccolgasi la testa cō la basa insieme, et di quel che ce ne viene piglisi la metà, et multiplichisi per la apiō bo, & quel ce ne verrà sarà lo spazzo del presuppostoci quadrangolo: & eccone lo esempio più manifesto. Sia A B braccia 10. & C D ancora braccia 10. infra loro uguali. B C braccia 4. & A D braccia 16. multiplichisi il 10. in se stesso, & ci darà 100. dipoi traggasi 4. da 16. & ci resterà 12. la metà del quale è 6. il quale multiplicato in se stesso ci darà 36. il quale numero traggasi dal 100. ce ne

I 2 restera

resterà 64.del quale 64.la radice quadrata è 8.che è la quantità delle braccia della a piõbo,che cade dalla testa B C *nella basa* A D: *raccolgasi adunque insieme 4.* & *16.* & *ci darà 20.la metà del quale è 10.il quale multiplicato per 8.che è la a piõbo,ci darà 80. dicesi che il propostoci poco fa campo è 80 braccia simili.*

Come si misurino i campi quadrilungi, che habbino duoi angoli a squadra, & lati diuersi. Cap. XVI.

SE CI fusse proposto un campo,che hauesse duoi angoli a squadra, & *tutti i lati disuguali:ma duoi paralleli, cioè ugualmente lontani l'un dall'altro, faremo in questo modo. Raccolghinsi insieme i duoi lati paralleli,che concorrono con il terzo a fare gli angoli retti:* & *di quel che ce ne verrà piglisi la metà,* & *multiplichisi per la quantità di detto terzo lato, che causa gli angoli retti. Dicesi,che quel ne verrà,sarà la quantità delle braccia del propostoci campo.Seruaci per chiarezza dello esempio del detto campo il disegno* E F G H, *la testa del quale sia* F G *braccia 6.* & *la basa* E H *paralella a detta testa sia braccia 18.* & *la a piombo* E F *sia braccia 5.* & *il quarto lato* G H *sia quanto li tocchi:raccolgasi 6.della testa con 18.della basa,* & *ce ne verrà 24.la metà del quale è 12.il qual 12.multiplicato per la a piombo,che è 5,ci darà 60.il che è il numero del presuppostoci campo.*

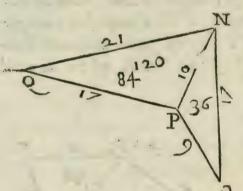
F 6 G
5 60
E 18 H

Come

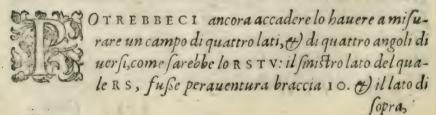
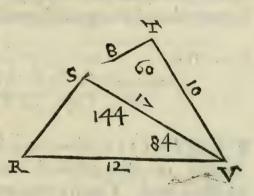
Come si misuri un campo di quattro linee, che habbi duoi lati uguali,& diuersi angoli. Cap XVII.

MISVRISI un campo, che habbia duoi lati uguali, & angoli diuersi, in questo modo. facciſene la prima coſa duoi triangoli, mediante la ſchianciana, che vi occorre piu corta: & ritrouiſi la quantità delle braccia di qual ſiè l'un di detti triangoli, in quel modo, o con quella regola, che ſi diſſe nel miſurare uniuerſalmente tutti i triangoli; percioche mettendo inſieme la quantità di amenduoi queſti triangoli, haremo lo intero del propoſtoci campo. Seruaci per eſempio, che il campo ſia K L M N, *che habbi duoi lati paralelli, & li altri diſugualmente lontani l'uno dall'altro: la teſta del quale* K L *ſia* 10. *braccia, &* 10. *ancora il lato* K N, *& la baſa* M N *ſia braccia* 20. *& l'altro lato braccia* 16. *Trouiſi, o miſuriſi la ſchianciana, & ſia p modo di dire braccia* 12. *ſarà adunque queſto noſtro campo diuiſo in duoi triangoli: cioè uno di angoli acuti, & di duoi lati uguali* L N K; *& l'altro harà angoli diuerſi, & diuerſi lati, che ſarà* L M N: *finalmente lo ſpazzo di quel triangolo, che ha gli angoli acuti, & i duoi lati uguali, ſi trouerrà, che ſarà braccia* 48. *& l'altro* L M N *braccia* 96. *miſurandoli con quelle regole, che di ſopra ſi ſon date: i quali duoi numeri raccolti inſieme, ci daranno braccia* 144. *che ſarà lo intero dello ſpazzo del preſuppoſtoci campo.*

Come si misuri un campo di quattro linee, due delle quali sieno uguali, ma non contigue, & di angoli diuersi. Cap. XVIII.

S*IACI proposto il campo* NOPQ, *che habbi duoi lati uguali* NO, *&* PQ; *ciascuno de quali sia* 17. *braccia; & l'uno de gli altri duoi sia braccia* 9. *cioè* OP; *& lo altro, cioè il quarto, sia braccia* 21. *Bisogna la prima cosa misurare la schianciana* NP, *laquale, per modo di dire, sia braccia* 10. *haremo fatto adunque con essa duoi triãgoli* NOP, *&* NPQ, *di angoli, & di lati diuersi: et mediante il* 10. *cap. quãdo trattammo del modo uniuersale del misurare i triangoli, trouammo, che* NOP *era* 36. *braccia & lo* NPQ *sarà braccia* 84. *pilche raccolto insieme* 36. *et* 84. *fanno* 120. *che sono le braccia del propostoci campo* NOPQ.

Come si misuri un campo di quattro lati, & di quattro angoli diuersi. Cap. XIX.

P*OTREBBECI ancora accadere lo hauere a misurare un campo di quattro lati, & di quattro angoli diuersi, come sarebbe lo* RSTV: *il sinistro lato del quale* RS, *fusse perauentura braccia* 10. *& il lato di*

sopra,

ſopra, o vogliamo dire la teſta S T, *fuſſe braccia* 8. & *il lato deſtro* T V, *fuſſe braccia* 15. & *la baſa* R V, *braccia* 21. *A volerlo miſurare biſogna la prima coſa tirare la ſua ſchianciana* S V, *la quale ponghiamo di hauere trouata braccia* 17. *Sarà adunque diuiſoſi q̃ſta pianta, o ſpazzo* R S T V, *in duoi triangoli di diuerſi lati; l'uno* R S V, *che è d'angoli ſotto, & ſopra ſquadra; & l'altro* S T V, *che ha uno angolo retto: lo ſpazzo adunque del triangolo* R S V, *ſecondo la regola del cap. da miſurare uniuerſalmẽte ogni triãgolo, ſarà braccia* 84. *et l'altro* S T V *ſarà braccia* 60. *i quali numeri raccolti inſieme ci daranno brac.* 144. *che ſono la quãtità delle braccia dello ſpazzo del preſuppoſtoci campo* R S T V. *Et baſtinci queſti ultimi tre eſempij, concioſia che nõ ci potrà occorrere forma alcuna di quattro linee tanto ſtrana, ſe ben ci ſono de gli altri modi da miſurarle, che nõ ſi poſſi miſurare per queſte uie. Et ſappiamo molto bene, che quella forma de quattro lati del cap.* 15. A B C D, *ſi poteua diuidere ĩ duoi triangoli di angoli retti fra loro uguali, & in uno quadrilũgo di angoli retti; & l'altra forma del cap.* 16. *cioè* E F G H, *ſi poteua diuidere in uno parallelogramo, ouero quadrilungo ad angol retto, et in un triangolo: o più, et le piazze, o ſpazzi di eſſi triãgoli, che fanno le figure de quattro lati, ſi poſſono ancora trouare per altra uia, che per la regola del* 10. *cap. concioſia che ſi potrebbono trouare mediante le proprie poco fa dette regole: ma queſto ultimo modo è piu uniuerſale, più utile, più facile, & piu breue di tutti gli altri.*

Delle forme di piu lati. Cap. XX.

Possonci si offerire ancora molte forme di più che quattro lati, & di più, che quattro angoli; le quali chiameremo campi, o figure, o forme de piu lati: le quali sono di due sorte, o regolari, o irregolari. Regolari sono quelle, che si posson disegnare dentro, o fuori di un cerchio con angoli, & lati uguali; & che fuori, o dentro che elle siano del cerchio, hanno un medesimo centro insieme col cerchio stesso: inregolari, sono quelle, che hanno, & i lati, & gli angoli disuguali.

Come si misuri generalmente vn campo di molti lati, & di molti angoli, che sia di forma regolare. Cap. XXI.

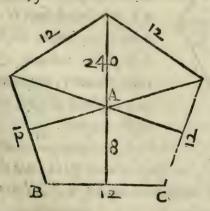
A Volere sapere quante braccia sia un cãpo di molti lati, & angoli, che sia forma regolare; faccisi in questo modo. Trouisi primieramente il centro di detta forma, o figura; & tirisi dipoi dal detto centro la linea del piombo, che caschi nel mezo di qualsiuoglia de lati uguali. Multiplichisi dipoi la metà dell'ambito suo per la linea del piombo, & haremo la quantità di tutto il propostoci campo.

Quanto a trouare il centro di vna figura di piu lati, & angoli, che sia regolare; faccisi in questo modo. Considerisi prima, se la propostaci figura è di lati in casso, o in pari: se ella sarà di lati in pari, tirisi vna linea diritta, che vadia dall'uno angolo all'altro oppostoli. Et fatto questo, tirisene vn'altra pur diritta da dua altri angoli cõtrarij; et doue queste linee si intersecano insieme, sarà il centro di detta figura: dal qual centro si debbe poi tirare la linea del piombo, che

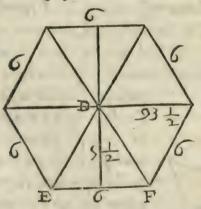
caschi nel mezo di vno de qual si voglia lato.

Ma se noi haremo a trouare il cẽtro di una figura, che sia di lati in casso; tirinsi due linee diritte, che partẽdosi dalli angoli, vadino a cadere nel mezo a punto de lati contrarij a detti angoli; & doue dette linee si intersecherãno insieme, sarà il centro di detta figura di lati in casso. Questa è vna regola generale la piu facile di tutte, & che ne mostra piu chiara, & piu precisa la verità: & serue a tutte le figure, che sono di linee diritte & regolari; come è ancora il triãgolo, & il quadro di tutti i lati uguali; del che chi vorrà, potrà facilmentre fare esperiẽtia. Ma porremo nel capitolo che segue lo esempio delle cinque facce, che i Greci chiamano Pentagono.

Come si misuri un campo di cinque angoli, che sia regolare. Cap. XXII.

DICASI, che la forma, o figura regolare di cinque lati, sia come la quì di sotto disegnata, che ha per centro A, & per basa B C; & la detta basa, o qual si sia vno de lati, sia braccia 12. trouato il centro A, tirisi una linea da quello, che caschi in sul mezo della basa B C a piombo, la quale sia braccia 8. multiplichisi le 12. braccia per li cinque lati, che ci daranno 60. & sapremo che la metà dello ambito è 30. multiplichisi dipoi 30. per 8. ce ne verrà 240. Conchiudesi, che 240. braccia sarà

tia sarà il propostoci cinque facce di lati & d'angoli uguali, & regolare. Il medesimo si farà, & siano quante braccia si voglino i lati del cinque facce, che i Greci (come è detto chiamano) Pentagono. Et così sia quante braccia si voglia la linea del piombo, che dal centro cadrà nel mezo di qual si voglia lato.

Come si misuri un campo di sei facce, et sei angoli vguali, che sia regolare. Cap. XXIII.

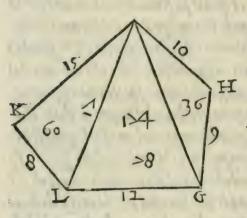
SIACI *per maggior dichiaratione delle cose passate proposto vn campo di sei facce, che sia* D E F, *ciascun lato del quale sia braccia 6. & dal suo ritrouato centro si tiri vna linea a piombo, che caschi sopra il mezo del lato* E F, *la qual sia braccia* $5 \frac{1}{5}$. *tutto il circuito, ouero ambito adunque di questo campo sarà braccia 36. la metà del quale numero è 18. multiplichisi adunque 18. per* $5 \frac{1}{5}$. *ce ne verrà* $93. \frac{3}{5}$. *che saranno le braccia di tutto il propostoci campo* D E F. *& il medesimo ci riuscirà di un campo, che sia di sette facce, o di otto, & di tutti gli altri; & siano di quante facce si voglino in casso, o in pari.*

La ragione è, che questo 6. facce è diuiso in 6. triangoli di angoli & lati vguali: le base de quali sono esse sei facce, & la linea diritta che cade dal centro D *nel mezo della basa* E F, *è la linea del piombo: & la linea* E F *rappresenta la corda di un cerchio descrit-*

tole

tole a torno: & è chiaro che la linea del piombo bisogna che diuida detta E F *in due parti uguali ad angoli retti, partendosi ella dal centro secondo la terza del terzo di Euclide. Diuisa adunque questa linea* E F *in due parti per la a piombo, fa di esso* D E F *duoi triãgoli uguali infra di loro ad angoli retti, secondo la quarantunesima del primo di detto Euclide. I quali se si multiplicheranno per la metà di detta basa (in quel modo che insegnãmo misurare i triangoli) ne verrà lo spazzo finalmente di esso triangolo. Et essendo i lati del sei facce infra loro tutti uguali, & le linee che cascano dal centro nelle base ancor fra loro uguali (come facilmente si puo vedere per la quarta, & per la ventiseesima del primo di detto Euclide) auuiene che la detta a piombo tirata nel mezo di qual si uoglia faccia, o basa, multiplicata per tutto lo ambito delle facce, fa triangoli doppi ad angoli retti delle dette facce; i quali triangoli rettangoli ogni volta che noi li multiplicheremo per la metà di detto ambito, & la metà del ambito per loro, haremo la quantità dello spazzo di detto sei facce: et il simile potrem fare dell'altre figure di piu facce a corrispondentia, che sempre ce ne occorrerà il medesimo.*

Come si misuri vn campo di piu facce, o lati diuersi, che sia inregolare. Cap. XXIIII.

NEL misurare un campo, che sia di diuersi lati, & di diuersi angoli disuguali, & sia inregolare, bisogna primieramente risoluerlo, o diuiderlo in triangoli; cioè in minore numero di triangoli, che è possibile, & ne piu facili, & che piu espeditamente si possino misurare, secondo la regola generale, che si disse del misurare i triangoli nel cap. 10. *Percioche le quantità di qual si è l'uno di detti triangoli, raccolte insieme tutte,*

te, ci daranno la intera quantità del propoſtoci campo di piu lati, & angoli diſuguali inregolare. Delche ne daremo per piu facilità vno eſempio. Sia il propoſtoci campo di cinque lati, o facce inregolari G H I K L, *il lato del quale* G H. *ſia* 9. *braccia. & il lato* H I, *ſia braccia* 10. *&* I K, *braccia* 15. *&* K L, *braccia* 8. *&* G L, *braccia* 12. *Se dal punto* I, *ſi tireranno due linee diritte a punti* G L, *che p modo di dire ſendo fra loro vguali ciaſcuna ſia braccia* 17. *ſarà diuiſo q̃ſto propoſtoci campo di cinque lati cõmodamente in tre triãgoli: de quali vno ne ſarà di angoli, et lati diuerſi, cioè il* G H I, *& l'altro* I G L, *di duoi lati vguali: & l'vltimo* I K L, *harà un angolo retto, & tre lati diuerſi: lo ſpazzo adunque di quel triãgolo ſegnato* G H I, *trouerremo eſſere braccia* 36. *& il* G I L, *brac.* 78. *&* L I K, *braccia* 60. *come ne paſſati diſegni del triangolo ſi è dimoſtro, raccolgaſi adunque* 36. 78. *&* 60. *inſieme, & ce ne verrà* 174. *che è la quantità delle braccia del preſuppoſtoci campo di cinque lati, & angoli diuerſi inregolare, che ſegnammo* G H I K L: *nel qual modo potremo a conſequenza giudicare, o fare de gli altri.*

Da queſto ne ſeguita (parlãdo delle figure inregolari) che quelle di cinque lati ſi debbon riſoluere in tre triangoli, quelle di 6. *in* 4. *& quelle di* 7. *in* 5. *& coſi ſucceſſiuamente delle altre; diſtribuẽdo eſſi triangoli, ſecondo la commodità delli angoli, & di lati loro.*

De

De campi tondi. Cap. XXV.

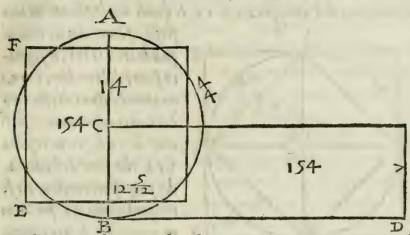
QVASI la medesima regola si tiene nel misurare un campo che sia tondo, che quella, che si è tenuta nel misurare le figure di piu facce & angoli: percioche si come dalla multiplicatione della linea del piombo, che dal centro cadeua in sul mezo di tutte le base di dette figure, nella metà del loro ambito, si trouò la quantità del detto campo di piu angoli, & lati; così ancora dalla multiplication del mezo diametro nella metà del mezo cerchio, si ritrouerrà la quantità del nostro campo tondo, o in cerchio. Percioche hauendone data vna regola generale di tutte le figure di piu lati, & di piu angoli; sarà ancora vera così nelle cose grandi, come nelle piccole. La onde seruirà ancora al cerchio, nel quale possono concorrere molti angoli & molte facce, quasi di numero infinite.

Come si truoui la quadratura del cerchio. Cap. XXVI.

ARCHIMEDE Mathematico, & Filosofo eccellentissimo, mostrò che lo spazzo del cerchio è uguale ad un triangolo che ha l'angol retto: un lato del quale di quelli che concorron a fare lo angolo retto; sia uguale al mezo diametro del cerchio; & l'altro sia uguale a tutta la circunferentia, o vogliam dire circuito del cerchio. Percioche quando il mezo diametro si multiplica per tutto il circuito del cerchio: se ne fa vn quadrato di angoli a squadra per il doppio del cerchio, la metà del quale quadrato ad angoli retti, viene ad eßere il medesimo triangolo, uguale alla circunferentia, o circuito del cerchio.

Perilche

Perilche si uede mediante la sottilissima inuentione di Archimede, che il mezo diametro multiplicato per la metà del circuito del cerchio, ouero per il cõtrario, genera un quadrato ad angoli retti, uguale (come poco fa dicẽmo) al cerchio. Talche ei pare che ci resti solamente una difficultà: & questa è il trouare una linea retta, o diritta, che dire la uogliamo, la quale sia uguale alla circũferentia, o circuito del cerchio. La quale il medesimo Archimede ci insegnò con dimostratione piu tosto diuina che humana. Conciosia che ei trouò per uia di Geometria, che la circunferentia corrispondeua al diametro del cerchio per 3. $\frac{1}{7}$. cioè che il diametro aggirandosi tre volte & un settimo intorno al cerchio, finisce a punto il circuito di quello. Vero è, che molti dicono, che ei non è un settimo a punto, ma un poco manco, & piu di uno ottauo, di maniera che la circunferẽtia corrisponde al diametro come il 22. al 7. la qual regola è stata dalla maggior parte de gli huomini insino a qui osseruata, nõ ci essendo stato per ancora alcuno (se ben molti sopra ciò hanno scritto) che ne habbi saputo trouare una migliore, come quella che a far questo pare che basti; non ci si discernendo differentia, o errore, che sia quasi sensibile: ma uegasi allo esempio. Sia il nostro cerchio A B, *il centro del quale sia* C, *& il suo diametro sia braccia* 14. *sapremo adunque mediante la inuentione d'Archimede, che la sua circunferentia sarà braccia* 44. *la metà del qual* 44. *sarà uentidua multiplichisi adunque il mezo diametro, che è* 7. *per* 22. *& ce ne uerrà un quadrilũgo ad angoli retti, che sarà* C D, *di braccia* 154. *che è il numero delle braccia del presuppostoci cerchio* A B. *Et se ei si trarrà la radice quadrata del* 154. *sarà* 12 $\frac{5}{12}$. *che tanto sarà il lato del quadrato uguale al detto cerchio, come è lo* E F. *In quante piu parti adunque diuideremo il diametro, tanto sarà piu fedele & certo il modo di trouare le parti, o quantità del cerchio. Concio-*

sia

ſia che le parti di eſſo cerchio ſaranno piu minute, & piu piccole, come quelle che dentro al cerchio haranno minore curuatura, & ſi diſtenderanno poco in lungo: per la qual coſa ſe ne farà vno ſpazzo piu vicino, & piu ſimile allo ſpazzo del cerchio, ſcompartendolo con ottaui di braccio piu toſto, che con quarti, mezi, o interi bracci, come facilmente ſi puo giudicare.

Come ſi truoui in altro modo la quadratura del cerchio. Cap. XXVII.

INSEGNA *ancora Archimede vno altro modo da riquadrare il cerchio: conciofia che egli dimoſtrò, che il quadrato, che ſi fa del diametro del cerchio, ha quella medeſima proportione ad eſſo cerchio, che ha il 14. allo 11. cioè di tre vndiceſimi piu. Se ſi miſurerà adunque il diametro del cerchio, & ſi multiplicherà in ſe ſteſſo; & da quel ne uiene, ſe ne cauerà tre quattordiceſimi, ne reſterà lo ſpazzo del propoſtoci cerchio. Et eccone lo eſempio.*

Sia

Sia il cerchio ABCD, *il centro del quale ſia* E, *& il diametro ſia come quel dell'altro, braccia* 14. *le quali multiplicate in loro ſteſſe fanno* 196. *cioè il quadrato* FGHI, *diſegnato fuori del cerchio, i tre quattordiceſimi di eſſo* 196 *è* 42. *il quale numero ſe ſi trae di* 196. *ce ne reſterà* 154. *che ſono le braccia del propoſtoci cerchio. Et ſe noi partiremo* 42. *per* 4. *ce ne verrà* 10 $\frac{1}{2}$. *per parte, che ſono la quantità delle braccia di ciaſcuno di quei triangoli, che reſtano in ſu canti,* FGHI, *fuori del cerchio. Donde ſi vede manifeſto, che il cerchio è in proportione al quadrato* ABCD, *che è diſegnato dentro al cerchio, come è lo* 11. *al* 7. *cioè di quattro ſettimi piu. Et perche ei non pare, che ci biſogni dimoſtratione piu chiara che quella dell'occhio a voler vedere, che il quadrato di fuori è per il doppio del quadrato di dentro: corriſponde adunque il quadrato maggiore al minore, come il* 14. *al* 7. *cioè per il doppio. ſarà adunque il quadrato di dentro braccia* 98. *& quel di fuora braccia* 196. *come nel* 2. *cap. del* 4. *della ſua Ariſmetrica moſtra Orontio ſteſſo. Si come ſi truouano mediante il diametro, & la circunferentia, le braccia dello ſpazzo del cerchio; coſi ancora per il contrario, dato che ſappiamo quanto ſia eſſo ſpazzo, trouerremo quanto ſia & il diametro, & la circunferentia perciochè ſe noi aggiugneremo allo ſpazzo tre vndiceſimi, ſi farà il quadrato, che ſi genererà del diametro del cerchio, la radice quadrata del quale ſarà eſſo lato del quadrato, & per conſequenza*

ſequenza

ſequenza il diametro del cerchio. Percioche ſaputo che haremo la quantità del diametro, ſapremo ancora la quantità del cerchio in quello ſteſſo modo, che ſi è inſegnato. Seruaci per eſempio, che lo ſpazzo del di ſopra diſegnato cerchio ſia 154 braccia, lequali ſi hāno a partire per 11. & ce ne verrà 14. per parte, il qual 14. multiplicato per 3. ci darà 42. raccolgaſi dipoi inſieme il 154. & il 42. & ce ne uerrà 196. la radice quadrata del quale è 14. diceſi, che tāte braccia ſarà il diametro del preſuppoſtoci cerchio. Et ſe queſto diametro 14. ſi multiplicherà per 3. & a quel che ne viene ſi arrogerà la ſettima parte, che è 2. ce ne uerrà 44. che ſono la quantità delle braccia della circunferentia, o del cerchio, il che ſi può fare di tutti gli altri ſimili.

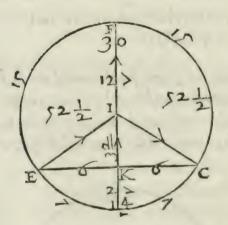
Come ſi miſurino i campi che ſono mezi tondi. Cap. XXVIII.

D*ALLE coſe paſſate ſi diſcerne facilmente il modo da miſurare le portioni del cerchio, & il diametro: percioche ſi come dal multiplicare del mezo diametro nella metà del cerchio ſi caua la quantità delle braccia dello ſpazzo del cerchio, coſi ancora della multiplicatione di eſſo mezo diametro nella quarta parte d'un cerchio ſi caua la quantità delle braccia d'un ſpazzo d'un mezo cerchio.*

Seruaci per eſempio, che ci ſia propoſto un mezo cerchio, che ſia B C D, *il diametro del quale*

sia B A D, *che passi per il centro* A, *& sia braccia* 14. *& lo arco* C B D *braccia* 22. *multiplichisi adunque il mezo diametro* A B *nell'arco* B C, *che è la metà di esso* B C D, *cioè* 7. *per* 11. *et ce ne verrà* 77. *dicesi che tante braccia sarà lo spazzo del propostoci mezo cerchio.*

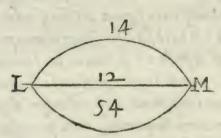
Come si misurino i campi, che sono piu, o meno, che mezi tondi. Cap. XXIX.

IL MEDESIMO *vorrei si giudicasse di qualunche partitore del cerchio: percioche se si multiplicherà la metà del diametro per la metà dello arco, che è intrapreso dal partitore, si harà la quantità delle braccia del campo intrapreso dal partitore, & dalla portione, che li tocca del cerchio.*

Partitore si debbe intendere per quei 2. *mezi diametri, che non andando ad vn filo, intraprendono quella portione di cerchio, che tocca loro; si come mostra la figura* E F I, *ouero* F I G, *ouero la* G I E *in disegno. Della quale sia per nostro esempio tutto il cerchio intero braccia* 44. *& l'arco* E F G *braccia* 30. *& ciascuno dello* E F, *&* F G *braccia* 15. *& il mezo diametro di esso cerchio braccia* 7. *Se noi uorremo adunque misurare lo spazzo dello intersecatore, ouero partitore* E I F, *o dell'altro* F I G *multiplichisi il* 7. *del mezo diametro per la metà di uno di quei duoi* 15. *cioè in* 7 $\frac{1}{2}$. *& ce ne verrà* 52 $\frac{1}{2}$. *& tante*

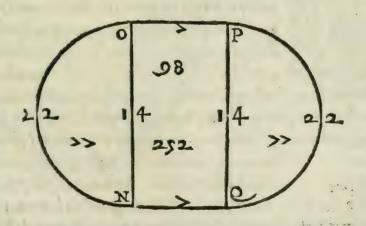
braccia

cia diremo, che sia lo spazzo di E I G, dispersè, & il simile quello del F I G. Et se noi multiplicheremo il medesimo 7. del mezo diametro nel 15. cioè nella metà dell'arco E F G, ce ne verrà 105. che saranno le braccia della figura E F G, come ne dimostra il 52. $\frac{1}{2}$ addoppiato insieme. Talche per la medesima ragione la figura E I G, sarà braccia 49. Misurisi ancora la portion maggiore, & la minore di questo cerchio in questo modo. Sia p modo di dire nel nostro cerchio E F G K la corda E G braccia 12. che diuida la portione del cerchio maggiore E F G, dalla minore E K G, & sia la parte del diametro F K, che viene intrapresa fra il centro I, & la corda E G, cioè I K braccia 3. $\frac{2}{3}$ & tutte le altre cose siano, come le ponemmo di sopra, & come le dimostra la figura. Misurisi adunque la prima cosa il partitore E F G I, & sia il suo spazzo come prima braccia 105. multiplichisi dipoi lo I K a piombo per la metà della corda E G, cioè 3. $\frac{2}{3}$ in 6. & ce ne verrà 22. ilche sarà a punto lo spazzo del triangolo di duoi lati uguali E I G. raccolgasi dipoi insieme 105. & 22. & ce ne verrà la quantità della propostaci portione maggiore del cerchio, che sarà 127. Et se noi trarremo lo spazzo del detto triangolo di duoi lati uguali E I G, da tutto il partitore E I G K, lo spazzo ouero campo del quale trouammo poco fa, che era a punto braccia 49. vedremo chiaramente, che ce ne resterà lo spazzo della portione minore F K G, che sarà braccia 27. & è questo modo, che al presente si è mostro, molto esatto, & piu preciso, come si uede, che gli altri modi, che vsa il vulgo.

Come si misurino i campi, che hanno dello ouato. Cap. XXX.

DA QVEL *che si è detto si uede manifesto, come si possino misurare i campi, o le figure, che habbino dell'ouato: come è la figura, che qui di sotto si uede segnata* L M; *percioche tirata la corda* L M, *se ne farà due portioni di cerchio uguale l'una all'altra, gli spazij delle quali portioni, ritrouati per quella uia, che si è detta di sopra, se si raccorranno insieme, ci daranno il tutto di esso campo, ouero figura ouata* L M. *Seruaci per esempio, che la corda* L M, *sia braccia* 12. *&* *l'uno, & l'altro de gli altri archi braccia* 14. *sarà lo spazzo di qual si uoglia portione braccia* 27. *le quali raccolte insieme faranno braccia* 54. *che tanto è il tutto della figura ouale, che qui è disegnata.*

Come si misurino i campi, che hanno del quadrilungo, & dello ouato. Cap. XXXI.

NE MANCO *facilmente si puo misurare un campo, che sia di figura ouale, & quadrilunga, come è lo* N O P Q: *percioche misurati amenduoi gli spazzi de mezzi cerchi, & il quadrilungo ad angoli a squadra, mediãte quelle regole, che habbiam dette di sopra, i quali spazzi raccolti*

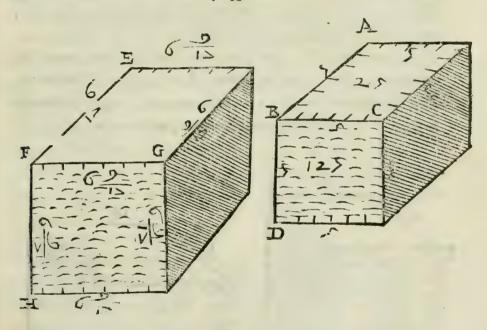
colti insieme, ci daranno la quantità delle braccia dello intero spazzo di questa cosi fatta figura: come per esempio, se l'arco di qual si voglia mezo cerchio fusse braccia 22. et la linea che li diuide N O, ouero N Q, fusse braccia 14. & ciascun de lati O P, & N Q braccia 7. sarà lo spazzo di qual si voglia di questi mezzi cerchi braccia 77. & lo spazzo del quadrilungo ad angoli retti, sarà braccia 98. i quali numeri raccolti insieme faranno 252. che saranno la quantità delle braccia di tutto il nostro presuppostoci cãpo N O P Q & il medesimo si puo fare similmente di tutte quelle figure, che saranno composte di qual si voglia portion di cerchio, et di linee rette: & non ci potrà scadere forma, o figura alcuna piana di qual si voglie sorte, che con le sopradette regole non si possa misurare.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

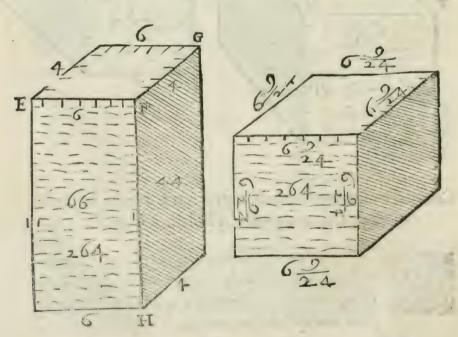
LIBRO TERZO.

Come si misuri un corpo quadro come vn dado. Cap. I.

A VOLERE *misurare i corpi, è ragioneuole cominciar prima da quelli, che sono di angoli retti, o a squadra. Per procedere quanto piu si può ordinatamente, & per fare questo, comincieremoci dal dado fatto di sei superficie quadre uguali infra loro, & ad angoli retti, chiamato da Latini Cubo, che è vno de corpi regolari. Multiplichisi adunque la superficie quadrata già trouata, secondo la regola data nel* 11. *Cap. del secondo passato libro, esser braccia* 25. *nel lato di se stessa; & quel che ce ne verrà, sarà la quantità del detto Dado. Seruaci per esempio, che il nostro Dado sia* ABCD, *ciascun lato del quale sia braccia* 5 *se si multiplicherà il* 5. *per se stesso, ci darà* 25. *che saranno le braccia di vna superficie di esso. Multiplichisi di poi una di esse superficie per un lato, cioè per* 5. *& haremo* 125. *che sarà apunto il numero delle braccia di tutto il Dado: le quali braccia si debbono intendere quadre per ogni uerso, cioè il sodo, ouero la grossezza. Et se si raddoppierà il numero* 125. *ce ne uerrà* 250. *la radice cubica*

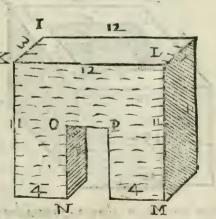
cubica del quale sarà 6. $\frac{9}{17}$ che sarebbono la quantità delle braccia di un lato di un Dado, maggiore per il doppio, che il detto A B C D: *& il simile si potria giudicare, se si rinterzassi, o rinquartassi a proportione. Ma per esempio, ponghinsi soli duoi disegni in questo modo, cioè lo* A B C D *per il primo Dado, et* E F G H *per lo addoppiato: ben prego, che chi legge, habbia auuertenza, che per tali dimostrationi è forza mostrare detti Dadi in prospettiua.*

Come si misuri un corpo di angoli retti, ma che habbi la metà de lati maggiori che li altri. Cap. II.

QVASI *nel medesimo modo si misurerà vn corpo, ouero dado, ancor che sia da vna parte piu lungo, che harà gli angoli retti, o vogliamo dire a squadra. Perciochè se noi multiplicheremo una qual si voglia superficie*

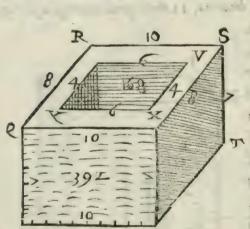
quadrata ad angol retto di quelle che terminano detto corpo, o dado, in un lato di quelli, che con essa si riscontrano ad angol retto, ce ne verrà la grossezza di questo dado lungo. Misurisi adunque lo spazio di qual si voglia superficie secondo la regola dello 11. *cap. del passato libro; & quel che ce ne verrà, multiplichisi, come qui di sotto si dirà. Sia il dado lungo* E F G H, *il lato* E F *del quale sia braccia* 6. *& il lato* F G *braccia* 4. *& lo* F H *braccia* 11, *& i lati di contro li sieno sempre uguali. Multiplichisi adunque il* 6. *per* 4. *& ce ne verrà* 24. *il qual* 24. *multiplichisi per* 11. *& ci darà* 264. *Ouero multiplichisi* 11. *per* 4. *& ce ne verrà* 4. *il qual rimultiplicato per* 6. *ci darà* 264. *Ouero multiplicato* 11. *per* 6. *ci darà* 66. *il quale rimultiplicato per* 4. *ci darà pure* 264. *le quali saranno le braccia del nostro dado piu lungo da una parte che dall'altra.*

Et se

Et se ei si trouerà la radice cubica di esso 264. come è 6 $\frac{9}{24}$ se ne farà vn dado di tante braccia p ciascun lato, che sarà a pũto vguale al primo propostoci dado, da vna parte piu lungo: come nelle figure disegnate si vede. Et il detto dado lungo si potrà mediante la passata regola addoppiare, rinterzare, o rinquartare à piacimento.

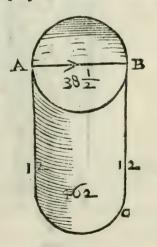
Come si misuri un corpo di muraglia, o d'altro, che sia a squadra, ancor che in esso siano alcuni uani, o finestre. Cap. III.

M*EDIANTE le cose dette si vede, quanto sia facile misurare un corpo di una muraglia, o d'altro fatto a squadra, ancor che in esso siano alcuni uani, o finestre. Seruaci per esempio, che il muro, o corpo di muraglia sia* I K L M, *la grossezza* I K *del quale sia braccia* 3. *& la larghezza* K L *braccia* 12. *& la altezza* L M *braccia*. 11. *nella qual muraglia sia vn uano, o porta, che sia* N O P, *alta braccia* 6. *& larga* 4. *multiplichisi* 12. *per* 3. *& ce ne uerrà* 36. *il quale multiplicato per* 11. *ci darà* 396. *Multiplichisi dipoi* 4. *per* 3. *che ci darà* 12. *il qual multiplicato per* 6. *ci darà* 72. *traggasi dipoi* 72. *dal* 396. *& ce ne resterà* 324. *Dicesi, che* 324. *braccia quadre è il propostoci muro, o corpo di muraglia, o d'altro* I K L M.

Come

Come si misuri vn corpo ad angoli retti, che sia uoto dentro. Cap. IIII.

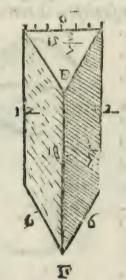
IL MODO passato dichiara, come si possa misurare vn corpo di muraglia, o di pietra, o di marmo, che fusse voto dentro. Percioche presuppostoci, che il nostro corpo simile sia Q R S T: *la larghezza di fuori del quale* Q R, *sia braccia 8. & la lunghezza* R S, *braccia 10. & la altezza* S T, *braccia 7. & il vano del uoto di dentro* V X, *sia per larghezza braccia 4. & per la lunghezza* X Y, *braccia 6. & la altezza quella stessa di prima. Multiplichisi primieramente 10. per 8. & ce ne verrà 80. il qual si multiplichi per 7. & ce ne verrà 560. Multiplichisi da poi 6. per 4. & ne verrà 24. il quale rimultiplicato per 7. ci darà 168. Traggasi adunque 168. di 560. & ci resterà 392. dicesi che tante braccia sarà il corpo della muraglia propostoci* Q R S T. *Il medesimo si potrà fare corrispondentemente de gli altri. Di maniera che se si esaminerà vna uolta diligentemente quanti barili di acqua, o di vino, vadino per braccio quadro; potremo facilmente sapere, quanto tenga questo, o altro vaso quadro fatto di linee diritte ad angoli retti; che ne va cinque per braccio quadro.*

Come si misurino le colonne generalmente. Cap. V.

LE COLONNE *sono corpi lunghi, che da piede, & da capo hanno base uguali, & da per tutto sono di una medesima grossezza. Ne mi è però nascoso per questo, che, secondo le regole della architettura, elle si uariano in diuersi modi, facendole nel mezo piu grosse, & ristrignendole a collarini secondo i generi, & le opportunità, o uoglie delli Architettori: ma in questo luogo io intendo di parlare di un corpo fatto a guisa di colonna; ma di uguale grossezza per tutto, & terminato da base uguali. Quando adunque la vorremo misurare, multiplichisi la prima cosa la circunferentia della basa nella altezza, o vogliam dire lunghezza della colonna; & tal multiplicato sarà lo spazzo, o uogliam dire la superficie di detta colonna per la lunghezza: alla quale aggiugnendo amenduoi gli spazzi dell'una, & l'altra basa, haremo la intera superficie di tutta la colonna. Multiplichisi di poi questa superficie per la lunghezza della colonna, & haremo le braccia quadre della grossezza di detta colonna.*

Sia la detta colonna uguale per tutto A B C, *la quale i Latini & i Greci chiamarono Cylindro; & il suo diametro* A B, *cosi da pie, come da capo, sia braccia 7. & la altezza* B C, *sia braccia 12. secondo la regola del ca. 26. del passato libro trouerremo, la circunferentia di qual si è l'una di dette base essere braccia 22. & lo spazzo della basa 38 $\frac{1}{2}$. multiplichisi adunque 22.*

que 22.

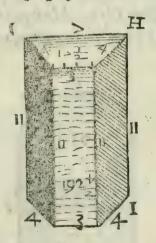
que 22.per 12. & ne uerrà 264. a quali aggiungasi due uolte 38 $\frac{1}{2}$. cioè 77. & ce ne uerrà 341. dicesi che tante braccia quadre è tutta la superficie di detta colonna, & se ei si multiplicherà 38. $\frac{1}{2}$. per 12. ce ne uerrà la intera grossezza della colonna, che saranno braccia 462. di sodo.

Come si misuri una colonna, che sia in triangolo di lati uguali. Cap. VI.

SIA la colonna in triangolo D E F. & i triangoli siano uguali, & di lati uguali da capo & da piede, & ciascun lato del triangolo sia braccia 6. & la altezza braccia 12. per quella regola, che si dette nel cap. 5. del passato libro trouerremo lo spazzo di esso triangolo essere braccia 15 $\frac{3}{5}$. & il suo ambito 18. Multiplichisi adunque primieramente 18. per 12. & ce ne uerrà 216. al qual numero aggiunghisi due uolte il 15 $\frac{3}{5}$. cioè 31. $\frac{1}{5}$. & ce ne uerrà 247 $\frac{1}{5}$. dicesi tante braccia quadre essere la superficie di detta colonna. Multiplichisi dipoi esso 15 $\frac{3}{5}$. per il 12. et ce ne uerrà 187 $\frac{1}{5}$. che saran le braccia della grossezza di detta propostaci colonna in triangolo D E F.

Come

Come si misurino le colonne di forme quadrate. Cap. VII.

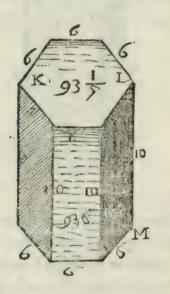
SE LA *colonna sarà quadra ad angoli retti, si misura in quel medesimo modo che dicemmo nel cap. 2. di questo libro, che si misurauano i corpi ad angoli retti, che haueuano una parte de lati, piu lunga, che l'altra. Ma se le sue base saranno inregolari, cioè di lati, & di angoli disuguali, trouato lo spazzo della basa, come si insegnò nel cap. 15. del passato libro, si ha nel resto a operare in quel modo, che poco fa si è detto nel capitolo inanzi a questo.*

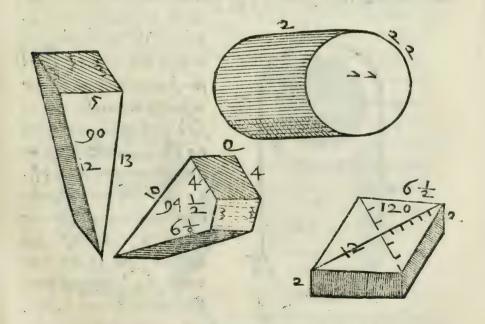
Siaci proposta la disegnata colonna G H I, *di forma quadrangolare, & quanto alla basa di lati & di angoli disuguali, se ben le base respettiuamente sono fra loro uguali. I lati maggiori delle quali base siano braccia 7. l'uno, & quei de fiāchi braccia 4. l'uno, & quei dinanzi braccia 3. l'una, & la altezza di detta colonna sia braccia* 11.

Sarà dunque lo spazzo di questa basa, secondo la regola del 15. ca. del passato libro braccia $17\frac{1}{2}$. *& il suo ambito braccia* 18. *Multiplichisi adunque* 18. *per* 11. *et ce ne verrà* 198. *al quale aggiūgasi due volte* $17\frac{1}{2}$. *cioè* 35. *& ce ne verrà* 233. *che saranno le braccia di tutta la superficie di questa colonna quadrangolare. Multiplichisi di poi* $17\frac{1}{2}$. *nel medesimo* 11. *et ce ne verrà* $192\frac{1}{2}$. *il*

qual

qual numero ſarà apunto la quantità delle braccia della groſſezza di detta colonna G H I.

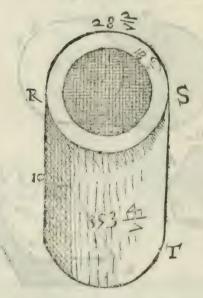
Come ſi miſuri una colonna di ſei facce. Cap. VIII.

IL MODO *di miſurare la colonna di ſei facce, potrà ſuegliare gli ingegni di coloro che leggono, a potere trouare il modo di miſurare le altre colonne, che haueſſino diuerſi & varij angoli. Sia la colonna di ſei facce* K L M, *la altezza della quale ſia braccia 16. & qualunche lato delle ſei facce, ſia braccia 6. ſarà adunque la ſua circunferentia braccia 36. & lo ſpazzo braccia 93 $\frac{3}{5}$. ſecondo la regola data nel 23. cap. del paſſato libro. Multiplichiſi adunque 36. per 16. & ce ne verrà 576. al quale aggiungaſi due volte 93 $\frac{3}{5}$. cioè 187 $\frac{1}{5}$. & ne verrà 763 $\frac{1}{5}$. che ſono il numero delle braccia di tutta la ſuperficie: multiplichiſi adunque di poi 93 $\frac{3}{5}$. per la altezza, cioè per 16. & ne viene 1497 $\frac{3}{5}$. & tante ſaranno le braccia della groſſezza di tutta queſta colonna. Il ſimile ſi potrà fare di tutte le altre colonne ſimili: ne douiamo marauigliarci ſe il piu delle uolte il numero delle braccia ſuperficiali auanza il numero delle braccia della groſſezza; imperoche in qualunque braccio di ſodo, o di groſſezza, ſono braccia ſei quadre.*

Come si misurino i rocchi, o pezzi di qual si voglia colonna. Cap. IX.

Dalle regole passate si uede manifesto, come si possa misurare qual si voglia pezzo, o rocchio di colonna tonda, o triangolare, o quadrangolare; come è il disegno N, *che pare una macine; o il disegno* O, *che è come un conio; o il* P, *simile ad una mandorla; o il* Q *forma quadrangolare di diuersi lati & angoli; & simili altri corpi, che da per tutto siano di una medesima altezza. Percioche trouati gli spazzi delle base, come si è detto ne paßati capitoli: Se le si multiplicheranno per la altezza, ne nascerà la quantità delle braccia di essi corpi, cioè le braccia della grossezza. Ne fa di mestiero di mostrare par-*

ticular-

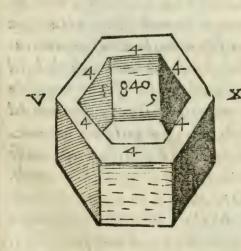
ticularmente con gli esempi il modo del misurare qual voglia di questi corpi, potendo occorrerci una moltitudine di essi infinita: & essendo la regola data generale per tutti, basti solo porne 4. in disegno con i lor nomi & numeri per dimostratione.

Come si misurino le colonne uote. Cap. X.

BISOGNA *per misurare le colonne uote, trouare la grossezza del tutto; non altrimenti, che se ella non fussi uota, ma massiccia. Et dipoi trouare ancora la quantità del suo uoto; & trarlo della grossezza del tutto. Seruaci per esempio una colonna di lati uguali, & base ancora uguali, che sia* R S T: *la altezza della quale sia braccia* 10. *il diametro del cerchio di fuori, braccia* 9. *& quel del cerchio di dentro, braccia* 6. *la circunferentia adunque del cerchio maggiore sarà braccia* $28\frac{2}{7}$. *& il suo spazzo braccia* $63\frac{9}{14}$. *& lo spazzo del cerchio minore sarà* $28\frac{2}{7}$. *& la circunferẽtia* $18\frac{6}{7}$. *Multiplichisi adunq; primieramente* $63\frac{9}{14}$. *p* 10. *& ce ne uerrà la quãtità di tutta la grossezza, che sarà* $636\frac{3}{7}$. *Multiplichisi dipoi* $28\frac{2}{7}$. *per* 10. *& ce ne uerrà* $282\frac{6}{7}$. *traggasi questo numero da* $636.\frac{6}{7}$. *et ce ne resterà* $353\frac{4}{7}$. *& tante braccia viene ad essere la grossezza di*

essa co-

essa colonna uota, puossi ancora trarre 28. $\frac{2}{7}$ *da* 63. $\frac{9}{14}$ *& multicare quel ci resta per* 10. *& ci accorgeremo di hauere il medesimo numero delle braccia* 353. $\frac{4}{7}$

Come si misurino le capacità di qual si uoglia corpo, o un uaso uoto, che sia regolare. Cap. XI.

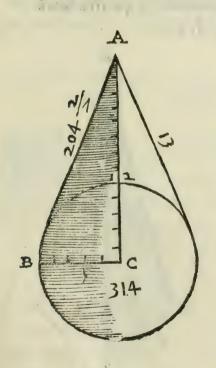
NEL misurare si fatti vasi piglisi la pianta, o spazzo del fondo di dentro, & multiplichisi per la sua altezza, ouero profondità, & ci darà la misura di quanti barili sia capace detto uaso, posto però che noi sappiamo prima, quanti barili entrino per braccio quadro. Seruaci per esempio, che vn braccio quado tenga barili 4. *de nostri da vino, & sia il uaso di sei facce* V X. *i lati del quale, & nel fondo, & in bocca ancora siano ugualmente braccia* 4. *& la sua altezza, o profondità, sia braccia* 5. *per tutto, sarà adunque lo spazzo del fondo braccia* 42. *per quel che si mostrò nel* 23. *cap. del passato libro: multiplichisi adunque* 42. *per* 5. *& cene uerrà* 210. *Dicesi, che tante braccia quadre è la capacità del uaso. Et perche si è detto, che qual si uoglia braccio quadro tiene* 4. *barili de nostri da uino, multiplichisi di nuouo* 210. *per* 4. *& cene uerrà* 840. *Debbesi adunque conchiudere, che il detto uaso tiene barili* 840. *da uino, & gli*

chiamoe da vino a differentia del barile, da olio, che si fa che è minore. Et però auuertiscasi bene, che qualità di liquore, habbi a tenere il vaso; & che quantità sia quella del barile con che si misura detto liquore.

Come si misurino le piramidi. Cap. XII.

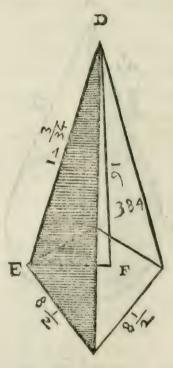
TVTTE le Piramidi, o Aguglie, che sono di base, o lati regolari, si misurano in un medesimo modo. Percioche se si multiplicherà la basa di qual si voglia piramide regolare per la terza parte della sua altezza, ce ne verrà la sua grossezza; oueramente se si multiplicherà lo spazzo di essa basa per tutta la altezza della piramide, & piglisi il terzo di quel che ce ne verrà, sarà il medesimo. Conciosia che qual si voglia piramide a facce è la terza parte di vna colonna, che fusse della medesima altezza, & hauessi la medesima basa. Il che interuiene ancora delle tonde; pur che l'una, & l'altra, habbino vna medesima altezza, & vna medesima basa, come pruoua Euclide al nono cap. del 12. libro. Restaci a mostrare, in che modo si truoua la altezza di detta piramide, cioè la linea del piombo, che dalla sua punta cade nel cẽtro della basa: il che faccisi in questo modo. multiplichisi il lato, che sta a pendio di detta piramide, per se stesso; & pongasi da parte tale multiplicato: dipoi multiplichisi il mezo diametro del cerchio, della basa pur in se stesso, & traggasi quel che ce ne viene dal multiplicato che si pose da parte, & di quel che ci resta cauise ne la radice quadrata, che sarà la ꝑpostaci altezza della piramide.

Seruaci per esempio, che la piramide sia A B C, *& dalla cima sua* A *sino alla circunferentia della basa sia braccia* 13. *bisogna primieramente trouare la linea del piõbo* A C: *però multiplichisi il* 13.

in se

in se stesso, ci darà 169. posto che tutto il diametro sia 10. torrenne la metà, cioè 5. & multiplicato in se stesso ci darà 25. il che traggasi del 169. et ci resterà 144. la radice quadrata del quale è 12. dũque 12. braccia sarà la linea del piombo A C: *percioche, secondo la quarantasettesima del primo di Euclide, il quadrato, che si facesse della linea* A B, *sarebbe uguale a duoi quadrati, che si facessino della linea* A C, *et della* C B. *Lo spazzo finalmente del cerchio* B C, *cioè la basa, è braccia 78 $\frac{4}{7}$. & la sua circũferentia 31 $\frac{3}{7}$ secondo quel che si disse nel cap. 25. del passato libro. Multiplichisi adunque $\frac{4}{7}$. p 12. et ce ne verrà 942. $\frac{6}{7}$. il terzo del qual numero è 314 $\frac{2}{7}$. che è la quãtità delle braccia quadre della grossezza della detta piramide* A B C. *Oueramente multiplichisi il detto 78 $\frac{2}{7}$. p 4. cioè per la terza parte di esso 12. et ce ne verrà di nuouo 314 $\frac{2}{7}$ come prima. Ma se uolessimo sapere le braccia quadre superficiali, multiplichisi il lato* A B *p la metà della circunferentia della basa, et quel che ce ne verrà sarãno le braccia quadre superficiali della detta tonda piramide. Ouero multiplichisi la basa per il lato medesimo* A B, *& diuidasi quel ce ne viene per il mezo diametro* B C, *percioche ce ne verrà la superficie della pira-*

mide, alla quale se si aggiugnerà la superficie della basa, haremo la intera superficie di tutta la piramide. Multiplichisi adũque la prima cosa la metà di essi 31 $\frac{3}{7}$. cioè 15. $\frac{5}{7}$ per 13. & ce ne uerrà 240 $\frac{2}{7}$. Ouero multiplichisi 78 $\frac{4}{7}$ per 13. & ce ne uerrà 1021 $\frac{3}{7}$ ilche partito per 15. ci darà 204 $\frac{2}{7}$ Dicesi che tante sono le braccia superficiali di detta piramide senza la basa, alle quali se si aggiugneranno le 78. $\frac{2}{7}$ della basa, haremo il tutto delle braccia superficiali, che saranno 282. $\frac{6}{7}$. a punto.

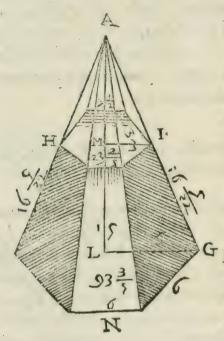
Come si misuri una piramide di quattro facce. Cap. XIII.

SIA *la piramide di quattro facce da misurarsi* D E F, *ciascun lato della basa della quale sia braccia 8 $\frac{1}{2}$. & la linea, che dalla cima* D, *cade in su gli angoli della basa, sia braccia 17 $\frac{3}{34}$. & la meza schianciana della basa, che ua da angolo ad angolo, sia braccia 6. lo spazzo della basa adũque, secondo il cap. 11. del passato libro, sarà braccia 72. & la linea del piombo* D E, *cioè la altezza della piramide, sarà braccia 16. Se si multiplicherà 6. per se stesso, ha-*

remo

remo 36. & 17 $\frac{3}{34}$. ancora multiplicato per se stesso ci darà 292. dal quale se ne trarremo 36. ci resterà 256. la radice quadrata del qual numero è 16. multiplichisi adũque 72. per il terzo di detto 16. che è $\frac{1}{3}$ & ce ne verrà 384. Ouero multiplichisi il medesimo 72. per 16. & ce ne verrà 1152. il terzo del quale multiplicato è pure 384. Conchiudesi adunque, che la grossezza di questa piramide è braccia 384. quadre. Et la sua superficie si trouerà facilmente, se, trouata la quãtità di una delle sue facce, cioè quãte braccia superficiali ella è dispersè, le accozzeremo tutte a quattro insieme con la superficie ancora della loro basa.

Come si misuri una piramide, che non fusse intera, cioè un tronco di piramide. Cap. XIIII.

SE perauentura ci fusse proposto a misurare un troncone di una piramide, che li mancasse la punta, ma dalla basa al suo tutto fusse di linee di una medesima lunghezza, faccisi in questo modo. Tirinsi le linee de suoi lati insino a tanto, che congiugnendosi insieme termінino il tutto della parte che manca: dipoi misurisi tutta la piramide, secondo la passata regola. Misurisi ancora dipoi quel supplemento della piramide, che si è fatto di linee, non altrimenti che se fusse una piramide dispersè; Et quel che di questa ci verrà, si tragga della misura di tutta la piramide maggiore; & quel che ci rimarrà, sarà la grossezza del troncone della piramide, ouero della piramide spezzata. Seruaci per esempio, che questa piramide rotta sia di 6. facce GHI, *terminata dalla basa di sotto, & della rottura di sopra, che sieno facce piane di sei lati l'una con angoli fra loro uguali; & le sei facce de lati sieno ancora fra loro uguali, ciascuna delle quali sia*

braccia 6. & i lati della rottura, o piano di sopra, siano braccia 3. l'uno. Ponghinsi duoi regoli a diritto per lo lungo de duoi lati opposti l'uno all'altro, talmente lunghi; che andando ad unirsi insieme, terminino la lunghezza della piramide; come se non fusse rotta: & doue detti regoli concorrono a congiungnersi insieme, sia il K, *& il lato* G K *braccia* 16 $\frac{5}{32}$. H K *braccia* 8 $\frac{1}{16}$. *sarà adunque la linea del piombo* K L *braccia* 15. *&* K M *braccia* 7 $\frac{1}{2}$. *& la pianta della basa, ouero spazzo di tutta la piramide sarà braccia* 93 $\frac{3}{5}$. *& lo spazzo della rottura o piano di sopra* H I, *braccia* 23 $\frac{2}{5}$. *talche per le sopradette cose la grossezza di tutta la piramide, sarà braccia* 468. *quadre. Et la grossezza della piramide minore* H K I, *sarà braccia* 58 $\frac{1}{2}$. *se si trarrà adunque* 58 $\frac{1}{2}$. *del* 468. *ce ne resterà* 409 $\frac{1}{2}$. *Dicesi la piramide rotta, o mozza essere braccia* 409 $\frac{1}{2}$. *cioè la sua grossezza.*

Come

Come si misuri una piramide di quattro triangoli uguali, che si potrebbe chiamare quattro base. Cap. XV.

MEDIANTE le passate regole si uede manifesto, come si può misurare una piramide, che fusse fatta di quattro triangoli uguali, uno de quali seruisse per basa, & gli altri tre per i lati. Seruaci per esempio, che la presente figura segnata N O P, *sia la nostra propostaci piramide: ciascun lato della quale sia braccia* 12. *& il mezo diametro del cerchio, che fusse disegnato intorno a qualunque si vogli di detti triangoli, sarebbe braccia* 7. *& la linea del piombo, che da qual si uoglia angolo cadessi sul mezo del lato a detto angolo opposito, o contrario, sarebbe braccia* 9 $\frac{7}{9}$. *& lo spazzo di qual si voglia triãgolo di lati uguali saria braccia* 62. $\frac{2}{5}$ *come si uede nel disegno segnato* Q R S, *che il mezo diametro del cerchio tirato intorno allo spazzo del triangolo* R V, *è braccia* 7. *di quelle medesime, che il lato del triangolo è* 12. *& la linea del pũto* Q T, *è braccia* 9 $\frac{7}{9}$. *talche da queste cose si puo vedere che lo spazzo di qual si voglia triãgolo è braccia* 62 $\frac{2}{5}$. *per ilche la grossezza tutta della piramide di quattro triangoli* N O P, *è tutta braccia* 203 $\frac{7}{45}$. *sode, cioè braccia* 203. *& quasi un sesto di braccio. Delche eccone le figure.*

N
12
203 $\frac{7}{45}$
O
P

S
T
R
$\sqrt{19}$
9
$\sqrt{62\frac{2}{5}}$

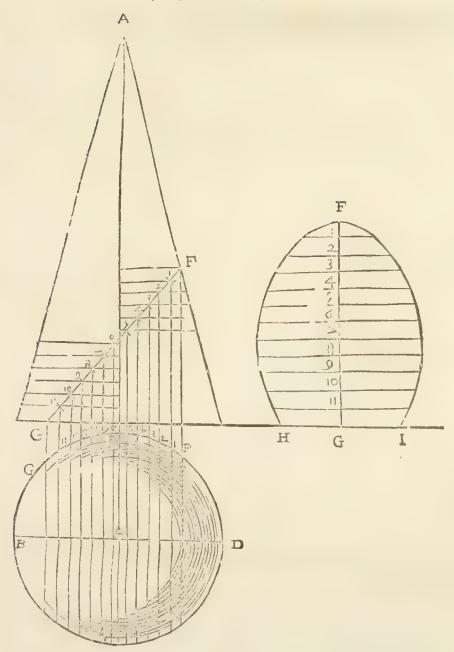
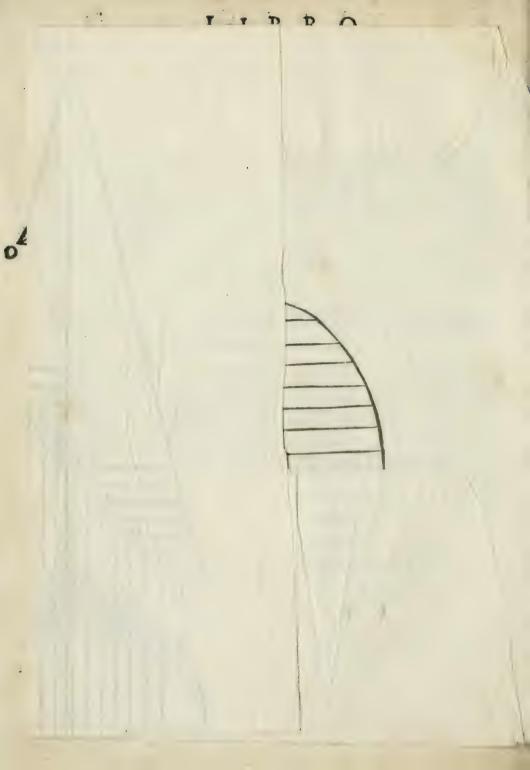
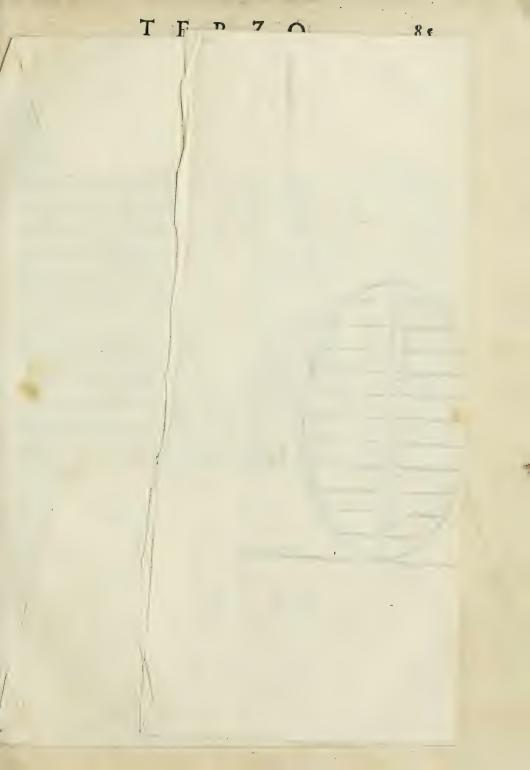
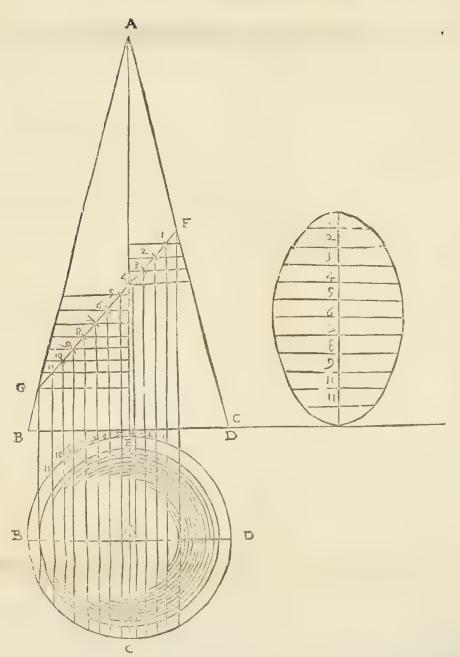
Come si misuri una piramide tonda, per uolerne segandola cauarne uno ouato. Cap. XVI.

MOLTE uolte può occorrere alli artefici, che di una piramide tonda, o di porfido, o di diaspro, o d'altra pietra fine, o forse gioia, gli bisogni segandola cauarne uno ouato, non perdendo punto di detta pietra, o gioia, se non quanto porta via nel passare la sega; & che segata la piramide ci scuopra quella forma dello ouato, che ci faremo presupposta; & che cauare se ne possa, secondo che comporta la grossezza, & la altezza di detta piramide. Per la qual cosa ci bisogna considerare prima, in quanti modi si può segare la piramide: i quali modi sono quattro; o a trauerso; o a schiãcio, senza arriuare alla basa; o a schiãncio, & tagliare anco parte della basa; ouero per lo lungo secondo il piombo di detta piramide.

Quanto a trattare del primo modo, cioè del segarla per trauerso non mi distẽderò nel parlarne, perche dandoci tali segature sempre

forme

A
F
F
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
G
H
G
I
F
G
B
D

A
F
G
B
C
D
E
B
D
C
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

forme tonde, si puo con un paio di seste con le punte torte all'indẽtro pigliare sempre la grossezza in ogni luogo della piramide, & secondo che vorremo maggiore, o minore diametro quiui dirizzare il filo per la sega. Ma quando ne vorremo segandola a schiancio cauare vna forma ouata, faccisi in questo modo. Dicasi, che la piramide sia A B C D E, *& che la sua linea del piombo sia* A E, *di braccia* 2. *& il suo diametro* B D, *braccia* I. *& che se ne uogli cauare uno ouato alto braccia* I. *& largo* $\frac{2}{3}$. *di braccio: rizzisi per formare lo ouato una linea di un braccio, che sia* F G; *& diuidasi in* 12. *parti uguali; & da ciascuna diuisione tirinsi linee fra loro parallele, che faccino angoli a squadra cõ la* F G *nelle loro intersecationi; alle quali, cominciando da* F, *applichinsi i numeri* 1. 2. 3. 4. *&c. fino a che il* 12. *uẽga al* G. *Diuidasi dipoi il lato della piramide* A D *in due parti uguali, & detta diuisione si chiami* F: *& presa poi la altezza* F G, *che si ordinò p formare lo ouato, con le seste, trasportisi nella piramide; talche il piè delle seste, che nella linea per lo ouato si pose alla* F, *torni alla* F *della piramide: & con l'altro guardisi, doue si interseghi il lato* A B *di essa piramide: & quiui fatto un punto, si chiami* G: *talche haremo di già trasportata la altezza dell' ouato nella piramide, ma a schiancio, alla quale applichinsi le diuisioni & i numeri che ha l'altra; & da ciascuna diuisione tirinsi linee trauerse dal piombo* A E *della piramide fino al lato* A D, *che serbino sempre la uguale altezza che tocca loro, infra esse & la basa; & ciò si faccia insino a tanto, che le diuisioni non passano la linea del piombo* A E; *percioche quando le diuisioni passano la linea del piombo uerso il lato* A B, *bisogna anco tirare dette trauerse dal piombo al lato* A B. *Fatto questo, disegnisi un cerchio sotto la piramide; che habbi tanto diametro, quanto hà la piramide; & il suo centro uẽga a diritto del piombo* A E. *Questo cerchio rappresentando la piãta della*

piramide

piramide segnisi ancor esso A B C D E. *Tirinsi dipoi da ciascuna delle diuisioni della* F G *della piramide linee diritte parallele infra loro, & fra il piombo* A E, *che vadino a diuidere cosi la piramide, come la pianta, nella parte della quale* B E D, *che vien diuisa dalle dette, notinsi i numeri per quello ordine, che si notarono di sopra. Aprinsi dipoi le seste per la larghezza, che è fra la linea del piõbo* A E, *& la* F, *principio della* F G, *in essa piramide: & trasportando questa distantia nella pianta, tenendo fermo vn piè delle seste nel centro* A, *tirisi vna portione di cerchio, qual ci daranno le seste dalla linea del numero* I. *nella pianta fino a tanto, che passando per il diametro* A D, *termini nella altra parte di detta linea* I. *talche ella diuenti corda di questo arco. Tornisi dipoi nella piramide a pigliare l'altra distantia fra la linea del piombo* A E, *& il lato* A D, *del numero, o diuisione* 2. *& trasportisi nella pianta, & con un piè delle seste fermo pur nel centro* A, *tirisi quella portion di cerchio, che tocca alla linea* 2. *della piãta, come si fece della linea* I. *talche una parte di detta linea* 2. *diuenti corda di detto arco, che le tocca. Et cosi successiuamente si facci di tutte le altre, sino a tale che i numeri nõ passano la linea del piombo, come si vede il* 4. *nel disegno, che è fra il piombo, & il lato* A D. *Ma quando i numeri sono fra il piombo, & il lato* A B, *bisogna pigliare queste distantie fra il piombo, & il lato* A B, *come interuiene della diuisione segnata* 5. *& trasportarla nella pianta, & far come delle altre, quella portione di cerchio, che tocca a detta linea* 5. *della pianta, talche parte di essa ne diuẽti corda. Et cosi seguire di fare di tutte. Trasportate, che haremo tutte le distantie nella pianta, & tirati i loro archi, piglisi la corda intrapresa del primo arco segnato* I. *& trasportisi nella linea* I. *della ouato* F G, *& cosi tutte l'altre, ma ciascuna però respettiuamente a numeri corrispondentisi: & vedremo, che come il diametro* B D

della

della pianta diuide le corde di detti archi, cosi la F G *dell'ouatò diuide a corrispondentia le parallele, o corde dello ouato. Vedremo oltra questo, che la corda dello arco* 6. *sarà a pũto la larghezza del nostro ouato, cioè* $\frac{2}{3}$. *conciosia che ella è la linea della diuisione della schianciana* F G, *che la diuide a punto nel mezo. Adunque la pianta ci mostra, che quando la sega sarà passata per la linea* F G *della piramide, & la harà diuisa, haremo vno ouato simile a quello ci eramo proposto alto* I. *braccio & largo* $\frac{2}{3}$. *Et ricordiamoci, che a uolere mantenere la lunghezza, & la larghezza di tale ouato, non si può porre in cosi fatta piramide il filo per la sega in altro luogo, che nel detto; perche si varierà sempre la forma dello ouato, ogni volta che trasporteremo, o piu su, o piu giu nella piramide, detta* F G: *conciosia che traspontandola in su, la larghezza diuenta sempre minore; & traspontandola in giu, maggiore: mãterrebbesi adũque la altezza, & non la larghezza: come ancora, se volessimo trasportare, o piu su, o piu giu, la stessa larghezza, si uarierebbe la lunghezza. Et questo basti quanto al cauarne lo ouato: la larghezza, o lunghezza del quale, hauẽdo hauuti q̃sti auuertimenti, si potrà pigliare a corrispondentia piu su, o piu giu, come ci tornerà piu commodo.*

Ma quando si volesse cauare di detta piramide una faccia, o forma, che non fusse ouata del tutto, ma che hauesse da piede vna basa, bisogna considerare; che larghezza noi vogliamo, che habbi detta basa di tal faccia, o forma, & trasportarla nella pianta talmente, che diuenti corda di quel arço, che li tocca: & per esempio di casi, che la pianta, & la piramide sia la medesima, che la passata; & che ne uogliam cauare una forma, che sia parte di ouato, alta medesimamente un braccio, & larga nella sua basa $\frac{2}{3}$. *aprinsi le seste per la larghezza di detti* $\frac{2}{3}$. *& trasportisi nella pianta ad angoli a squadra del diametro* B D, *& si chiami* H I, *la quale*

tirisi

tirisi in lungo sino nella basa della piramide; & doue la tocca, quiui si segni G: *aprinsi poi le seste alla altezza di un braccio; & fermo un piè di esse in detto* G, *ueggasi doue l'altro intersega il lato* A D *della piramide, & quiui si segni* F; *& tutto il resto si operi nel medesimo modo, che si fece nella operatione passata; & nella fine di tale operatione vedremo la forma dello ouato essere, quale ci mostra il disegno che segue, che sarà alto braccia* I. *& largo da piè* $\frac{2}{3}$. *ne si può di cosi fatta piramide cauare forma simile, che ci dia le dette altezze, & lunghezze in altro luogo; perche variando vno di questi termini, varia sempre lo altro: ma si può bene, tenendo ferma la lunghezza, hauere dal piè dello ouato piu o meno di* $\frac{2}{3}$. *secondo ci tornerà piu commodo, o che varieremo nel trasportare la quantità della corda che vorremo in essa pianta, del piu, o del meno de* $\frac{2}{3}$. *potremo ancora tenendo ferma la larghezza del da piede de* $\frac{2}{3}$ *fare la altezza, o piu lunga, o piu corta di detta forma, che già ci proponemmo di un braccio; come potrà vedere, chi ne farà esperientia con le dette regole: & per maggior dichiaratione veggasi in disegno quel che si è detto.*

Ma quanto ad vltimo modo di segar la piramide per la lunghezza parallelamente al suo piombo; perche facilissimamente solo con il pigliare le altezze dalla altezza della piramide, & le larghezze dalla basa di detta, si puo vedere & trouare qual si voglia faccia che ci vogliamo; non ne dirò altro.

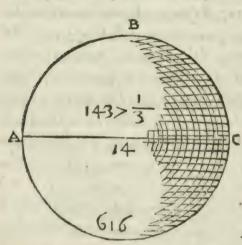
Come

Come si misurino i corpi tondi. Cap. XVII.

PARE a molti, come in uero è; che una palla, ouero un corpo sferico, sia il comune ricetto de cinque corpi regolari, come che dentro ad esso si possino disegnare detti corpi, & non dentro a nessuno altro corpo, o forma di corpo. La detta palla si puo misurare in duoi modi, cioè o la superficie di fuori, o tutta la grossezza: & per far ciò. Multiplichisi primieramente il diametro della palla per la sua maggior circunferẽtia; & quel che ce ne verrà, sarà la quantità delle braccia della superficie di detta palla: & la ragione è; che la supficie tõda è uguale, o simile ad un cerchio, il diametro del quale fusse il doppio maggiore, che quel della palla. Ouero multiplichisi lo spazzo della circunferẽtia di detta palla per 4. & ce ne verrà il medesimo: perche la superficie è per quattro tanti dello spazzo, cioè del cerchio descritto in piano intorno al suo diametro. Seruaci p esempio la dimostratione della palla disegnata quì di sotto A B C, *il diametro della quale, cioè qllo della superficie, sia braccia 14. adunq; p il 26. cap. del libro passato, la circunferẽtia della palla sarà braccia 44. & lo spazzo 154. Multiplichisi adunq; 44. per 14. & ce ne verrà 616. ouero 154. per 4. & ce ne verrà il medesimo 616. & tante braccia è la superficie di detta palla* A B C.

Ma se noi volessimo sapere la grossezza di detta palla, cioè quãte braccia sode ella è, lo potremo sapere in quattro modi. Primieramente multiplichisi la quantità della superficie della palla per la sesta parte del diametro. Ouero la terza parte della superficie nel mezo diametro. oueramẽte multiplichisi lo spazzo della circũferẽtia ĩ tutto il diametro di detta palla, et piglisene i duoi terzi di tale multiplicato. Conciosia che secondo Archimede, qlla colonna che

ha

ha per basa il cerchio della palla; & per altezza il diametro di detta palla corrispõde per sesquialtera, cioè per la metà piu, a detta palla. Vltimamente trouerremo il medesimo, se misurata una piramide tonda, che habbi la basa quanto la circunferentia della palla, & alta quanto il mezo diametro di detta palla, & la multiplicheremo per 4. cõciosia che la palla è per quattrotanti di detta piramide, come poco fa si disse. Multiplichisi 616. per 2 $\frac{1}{3}$. che è la sesta parte di esso diametro già detto 14. & ce ne verrà 1437 $\frac{1}{3}$. oueramente multiplichisi 205 $\frac{1}{3}$. che è il terzo di esso 616. già trouata superficie p 7. che è il mezo diametro, & ce ne verrà di nuouo 1437 $\frac{1}{3}$. Et se si multiplicherà 154. p 14. ce ne verrà 2156. i duoi terzi del quale multiplicato sarà medesimamẽte 1437 $\frac{1}{3}$. Ouero se si multiplicherà 154. per 2 $\frac{1}{3}$. cioè per la terza parte del mezo diametro, ce ne verrà 359 $\frac{1}{3}$. il qual numero multiplicato per 4. farà medesimamẽte 1437 $\frac{1}{3}$. perilche p tutti q̃sti modi si truoua la grossezza della palla essere 1437. $\frac{1}{3}$. Da q̃sto si può raccorre, cosi la grandezza di essa meza palla, quanto ancora la grandezza del suo sodo: imperò che, saputa la metà dell'una, & dell'altra, sapremo quel che andauamo cercando.

Potremo trouare ancora il medesimo, se si multiplicherà la circunferentia per il mezo diametro, ouero multiplichisi lo spazzo della detta palla per 2. & haremo la metà della superficie tonda.

Acciochè

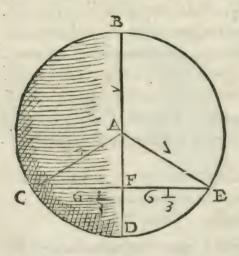
Acciochе tutte le cose siano come nel passato esempio, multiplichisi 44. per 7. o 154. per 2. & nel un modo, & nell'altro, ce ne verrà 308. che è la metà di 616. al quale se si aggiugnerà 154. ce ne verrà la intera superficie della meza palla, che sarà braccia 462.

Ma se noi vogliamo la grossezza della meza palla, multiplichisi la superficie della palla per la sesta parte del mezo diametro. Ouero la terza parte di essa superficie della palla per il mezo diametro. Ouero lo spazzo del cerchio maggiore per il mezo diametro, & piglisi i duoi terzi del multiplicato. Ouero multiplichisi lo spazzo di esso cerchio, o circunferentia per un terzo del mezo diametro, & raddoppisi il multiplicato, & ce ne verrà sempre la meza grossezza della palla. Ma mostrinsi li esempi secondo l'ordine detto di sopra. Multiplichisi 308. per $2\frac{1}{3}$. & ce ne verrà $718\frac{2}{3}$. ouero multiplichisi $102\frac{2}{3}$. che è il terzo della super ficie della palla, per 7. che è il mezo diametro, & ce ne uerrà medesimamente $718\frac{2}{3}$. ouero multiplichisi 154. per il medesimo 7. & ce ne verrà 1078. i duoi terzi del quale è pure $718\frac{2}{3}$. Et se si multiplicherà 154. per $2\frac{1}{3}$. ce ne verrà la piramide $359\frac{1}{3}$ che addoppiata ci farà medesimamente $718\frac{2}{3}$. tanta è adunque la grossezza della meza palla perochе $718\frac{2}{3}$. è la metà di $1437\frac{1}{3}$.

Come si misuri vn segamento maggiore, o minore del diametro di una palla, o la portion maggiore, o minore di detta palla. Cap. XVIII.

SE NOI hauessimo a segare vna palla, una parte della quale hauessi ad essere maggiore della metà; & che il segamento hauesse ad essere, o maggiore, o minore del diametro: faccisi in questo modo per sapere & il segamento, & la superficie, & la grossezza. Sia il cerchio

maggiore

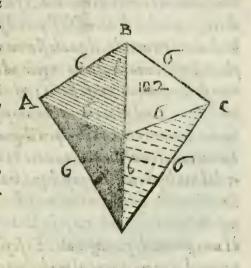
maggiore della palla A B C D E, *cioè* A *centro*, *&* B D *diametro*, *&* C E *sia il filo del segamento minore, che con angoli a squadra interseghi il diametro* B D *nel punto* F, *ilche viene ad esser diametro del cerchio minore; che diuenterebbe il piano, o faccia di tale segatura, se per esso passasse la sega, & si facesse due parti disuguali di detta palla, della quale la parte maggiore della meza palla sarebbe* C B E, *& la minore* E D C. *Se vorremo un segamento maggiore del mezo diametro, tirinsi dal* C, *& dalla* E, *duoi mezi diametri, che uadino a congiugnersi nel cẽtro* A. *Dipoi p trouare primieramente la supficie tonda di amẽdue queste portioni di palla, auuertiscasi, che corrispondẽtia habbia quella portione di linea retta* A F, *intrapresa fra la diuisione* C E, *& il cẽtro* A, *con la* A C, *o con la* A E; *& a tale corrispondentia, o proportione, traggasi la parte proportionale della metà della superficie tonda, & ce ne resterà la superficie della parte minore, lo arco della qual parte uiene ad essere* C D E. *Et se si aggiugnerà la medesima parte proportionale alla metà della superficie sferica, ce ne verrà la superficie della parte maggiore; della quale lo arco sarà* C B E, *& la parte della cima* B.

Seruaci per esempio, che il diametro B D *della palla sia braccia* 14. A F *braccia* 3. *&* F D 4. *& l'altre cose come nell'altra palla, pche il* 3. *e* $\frac{3}{7}$. *del mezo diametro lieuisi* $\frac{3}{7}$. *da* 308. *come è* 132. *ce ne resterà*

ne restera 176. *dicesi che tãte braccia è la superficie tonda della* C D E, *portion minore di detta palla. Aggiunghisi dipoi* 132. *cioè* $\frac{1}{2}$. *di detto* 308. *ad esso* 308. *et ce ne uerrà* 440. *che sarà il numero delle braccia della superficie tonda della portion maggiore* C B E. *Et quãdo auuenisse, che sapessimo la altezza di* B E, & *volessimo sapere quella di* F D, *multiplichisi* C F, *ouero* F E, *per se stessa; concio sia che le sono fra loro uguali, secondo la terza del terzo di Euclide; et il multiplicato diuidasi per la medesima* B F, *et sapremo* F D. & *cosi per lo altro uerso se si partirà questo medesimo multiplicato per* D F, *haremo la* F B. *Seruaci per esempio, che dalla quarantasettesima del primo di Euclide si vedrà, che* C F, *ouero* F E, *sarà braccia* 6 $\frac{1}{3}$. *che multiplicate per loro stesse fanno braccia* 40. *partasi adunque* 40. *per* 4. & *ce ne verrà* 10. & *tanta sarà* B F: *ouero partasi il detto* 40. *per* 10. & *ce ne uerrà* 4. *che è quel tanto, che dicemmo essere* F D. *Posto adunque, che sapppiamo la altezza di qual si voglia di queste diuisioni, potremo per essa trouare la altezza dell'altra. Quanto alla grossezza di dette portioni di palla, si truouano in questo modo. Multiplichisi la trouata superficie dell'una, & dell'altra portione per la sesta parte di detto diametro: Ouero la terza parte dell'una, et dell'altra superficie, per il mezo diametro, conciosia che nell'un modo, & nell'altro si truoua il segamento maggiore della basa, che è* A C B E, & *il minore* E A C D: *perilche se si aggiugnerà la piramide, che ha per basa il cerchio minore, & per diametro* C E, & *per altezza* A, *ad esso segamento* A C B E, *ce ne uerrà la portione maggiore* C B E. *Ouero se si trarrà la medesima piramide* A C E *dal segamento* A C D E, *ci resterà la grossezza della portione minore. Misurisi adunque inanzi all'altre cose la piramide* A C E, *come si mostrò nel passato Capitolo, la quale sarà braccia* 126 $\frac{4}{63}$. *che son quasi* $\frac{1}{16}$. *Multiplichisi dipoi* 176.

per 2 $\frac{2}{3}$. ouero 58 $\frac{2}{3}$. che è il terzo di 176. per 7. che nell'un modo & nell'altro ce ne uerrà 410 $\frac{1}{3}$. che è il numero delle braccia del segamento A C D E. *Multiplichisi di nuouo 440. per 2 $\frac{1}{3}$. ouero 146 $\frac{2}{3}$. che è il terzo di detto 440. per il detto 7. & haremo per l'uno, & p l'altro modo 1026. $\frac{2}{3}$. che è il numero delle braccia del segamento* A C B E: *al quale se si aggiugnerà 126. & $\frac{4}{63}$. ce ne uerrà la portione maggiore* C E B, *che sarà braccia 1152 $\frac{46}{63}$. Ouero se si trarrà il medesimo 126 $\frac{4}{63}$. del 410. $\frac{2}{3}$. ci restera la portion minore* C B E, *che sarà braccia 284 $\frac{38}{63}$. & per fede delle sopradette cose, se si metterà insieme l'uno, & l'altro segamento, cioè 1152 $\frac{46}{63}$. & 284 $\frac{38}{43}$ ce ne resulterà nell'un modo, & nell'altro la poco fa ritrouata grossezza della palla, cioè braccia 1437 $\frac{1}{3}$.*

Come si misuri lo otto facce corpo regolare di otto triangoli uguali. Cap. XIX.

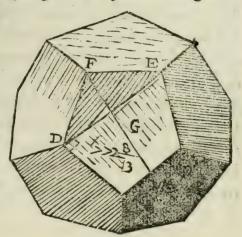
PER *le cose dette si uede, come si misuri il quattro base, corpo composto di quattro triangoli di lati uguali, il 6. base, cioè il dado, & come si chiamino corpi regolari infra i cinque di Euclide: restaci adunque a trattare delli altri tre, cioè dello otto facce, che è composto di otto triangoli di lati uguali infra loro; & del uenti facce, che si fa di uenti triangoli simili; & del dodici facce, che si fa di dodici pentagoni, che hanno cinque lati per uno. Tratteremo adunque e prima dello otto facce, qual diremo, che sia* A B C: *per sapere la grossezza del quale, multiplichisi uno de lati in se stesso; & quel ce ne viene, rimultiplichisi per il diametro di esso otto facce; & di quel ce ne viene piglisi il terzo, quale ci darà la proposta grossezza. Conciosia che in questo modo si uiene a fare vna colonna a facce, che è per tre tanti di esso corpo di*

po di otto facce. Ma per trouare il diametro, multiplichisi un lato in se stesso, et addoppisi il multiplicato, & poi se ne caui la radice quadrata secondo la quarantasettesima del primo, la qual radice sarà il detto diametro. Seruaci per esempio, che ciascuno de suoi lati sia braccia 6. adunque multiplicato per se stesso ci darà 36. & addoppiato ci darà 72. la radice quadrata del qual numero è 8 $\frac{1}{2}$. dicesi che 8. braccia & $\frac{1}{2}$ è il diametro di detto 8. facce. Multiplichisi vltimamēte 36. per 8 $\frac{1}{2}$. & ce ne verrà 306. il quale partito per tre, haremo 102. & tanto è il numero della grossezza di detto otto facce, cioè 102. braccia sode. Et multiplicando lo spazzo di una di esse facce triangolari per 8. ci darà la quantità delle braccia superficiali del tutto di detto otto facce.

Come si misuri il dodici facce fatto di pentagoni, cioè di dodici superficie di cinque lati uguali l'una. Cap. XX.

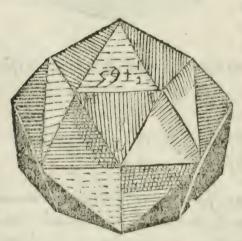
MISVRISI *vna delle dodici piramidi, secondo che si insegnò nel 12. cap. di questo libro, & poi si multiplichi una di queste piramidi per 12. & haremo la grossezza di esso 12. facce: conciosia che il 12. facce è diuisibile*

in dodici piramidi, le base delle quali sono li dodici pentagoni, che terminano il dodici facce, le punte delle quali si vanno a congiugnere insieme nel centro di esso dodici facce. Ma per misurare una di dette piramidi, è di necessità sapere il fuso, o vogliamo dire il piombo di detta piramide, il quale si trouerrà in questo modo. Multiplichisi vna linea tirata da angolo ad angolo, la piu vicina sotto ad vno di detti angoli, per se stessa; & quel che poi ce ne uiene, multiplichisi per 3. & di tal multiplicato piglisi la radice quadrata, che sarà il diametro del dado, sopra il quale è fabricato il 12. facce. La metà del qual diametro, ouero radice, multiplichisi p se stessa; et dal multiplicato traggasi il quadrato del mezo diametro del resto del cerchio disegnato intorno a detto pentagono; vltimamente cauisene la radice quadrata, che sarà il fuso, ouero il piõbo di qual si è l'una piramide pentagonale. Et se si multiplicherà un lato del pẽtagono disegnato dentro al medesimo cerchio p se stesso, et trarrassene il multiplicato del quadrato del lato del pentagono; & di quel ci resta, se ne cauerà la radice quadrata; trouerremo a corrispondentia il mezo diametro del cerchio disegnato a torno al detto pẽtagono: ouero trouato il centro del pentagono, quella linea diritta, che da esso andrà a qual si uoglia angolo del pentagono, ci mostrerrà piu facilmente il medesimo. Seruaci p esempio il dodici facce, l'una delle base del quale sia un pentagono D E F, *ciascun de lati del quale sia braccia* $4\frac{2}{3}$ *& la linea piu vicina, che è sotto all'angolo* D E F, *sia* D F *di braccia* $7\frac{3}{5}$. *& il mezo diametro del cerchio disegnato intorno al pentagono sia braccia 4. Multiplichisi* $7\frac{3}{5}$. *per se stesso, & ce ne verrà* $57\frac{2}{5}$. *il qual numero rinterzato ci darà* $172\frac{1}{5}$. *la radice quadrata del quale, che è il piõbo del quadrato sopra il quale è fabricato il 12. facce, è* $13\frac{8}{65}$ *& la metà di questa radice è 6. et* $\frac{73}{130}$. *Multiplichisi di nuouo* $6\frac{73}{130}$. *p se stesso, & ce ne uerrà* $42\frac{48}{651}$. *del*

qual

qual numero traggasene il quadrato del mezo diametro E G, cioè se dici, & ce ne resterà $26\frac{48}{65}$ la radice quadrata del quale è $5\frac{113}{650}$ & tanta è la altezza, o vogliamo dire il piõbo di qual si uoglia di dette piramidi: & lo spazzo del pẽtagono D E F, secondo la regola del 22. capo del passato libro si trouerrà essere braccia $37.\frac{1}{3}$. ilquale multiplicato p $5\frac{113}{650}$. ci darà $193\frac{306}{1950}$. il quale partito per 3. ci darà $64\frac{5}{13}$. in circa: perciochè vi manca solamente $\frac{1}{975}$. & tãte braccia sode uiene ad essere la grossezza di essa piramide pentagonale: multiplichisi finalmente $64\frac{5}{13}$. per 12. & haremo il tutto delle braccia sode, o vogliamo dire cubiche del detto 12. facce essere $772\frac{1}{13}$. apunto.

Come si misuri il venti facce fatto di corpi, o piramidi triangolari. Cap. XXI.

PER misurare un si fatto corpo bisogna primieramente trouare la linea del piombo, che dal centro di tutto il corpo cade in qual si uoglia basa; come quella, che termina la altezza di ciascuna delle 20. piramidi, delle quali si fa questo corpo. Truouisi d poi la quantità di vna di dette piramidi, secondo la regola data nel 12. cap. di questo libro, & multiplichisi per 20. & haremo la grandezza di tutto questo corpo:

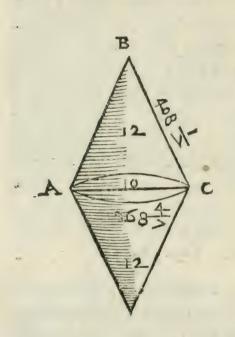
conciosia che il uenti facce si fa di venti piramidi, che hanno tre lati fra loro uguali, la punta delle quali è il centro cõmune di tutto il venti facce. Et il fuso, ouero piombo di qual si voglia piramide, si ritruoua in questo modo, cioè la altezza di qual si uoglia piramide. Notisi primieramẽte ciascun lato delle base del pentagono disegnato dentro ad un cerchio: conciosia che dato vn lato di un pentagono descritto dentro ad un cerchio; si truoua ancora il lato del 10. facce da descriuersi dentro al detto cerchio; come è quella corda, che si porrà sotto alla metà dell'arco del pẽtagono. Misurisi adunque un lato delle base triangolari del detto 20. facce, & multiplichisi per se stesso, et da tal multiplicato traggasi il quadrato del lato del 10. facce, & ci resterà il quadrato del mezo diametro del cerchio, dẽtro al quale è disegnato il pẽtagono. Et se al lato del 10. facce si aggiugnerà la metà del mezo diametro del cerchio, che è intorno al pẽtagono; cauãdone la radice quadrata del poco fa trouato quadro fatto del detto mezo diametro, haremo il piõbo, ouero la altezza di qual si voglia piramide. Sia il corpo di 20. facce triangolari H I L, *ciascun lato del quale sia braccia 6. & di quella medesima sorte*

parti, che il lato del pentagono è 6. sia il lato del 10. facce 3 $\frac{1}{8}$. multiplichisi adunque 6. per se stesso, & ce ne verrà 36. & multiplicato ancora 3. $\frac{1}{18}$ in se stesso, ci darà 9. $\frac{3}{4}$ il che traggasi da 36. ce ne resterà 26. $\frac{1}{4}$ la radice del qual numero è 5 $\frac{1}{38}$. & tanto è il mezo

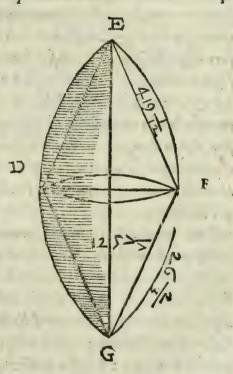
diame-

diametro del cerchio, dentro al quale è disegnato il pẽtagono, & il 10. facce. Aggiungasi conseguentemente ad esso lato del 10. facce, che è 3 $\frac{1}{8}$. la metà di se stesso, che è il mezo diametro, cioè 2 $\frac{9}{16}$. & ce ne verrà 5 $\frac{11}{16}$. che sono le brac. della altezza, ouero piombo di ciascuna piramide triãgolare del detto 20. facce. Et lo spazzo ultimamente del triangolo, che ha braccia 6. per lato, secondo il 5. cap. del secondo libro, è 15 $\frac{3}{5}$. il quale multiplicato per 5. $\frac{11}{16}$. fa 88 $\frac{116}{160}$. il qual numero partito per 3. ci darà 29. $\frac{23}{40}$. & tãta è la grossezza di una delle dette piramidi triãgolari. Multiplichisi finalmente adũque 29 $\frac{23}{49}$. per 20. et haremo la intera grossezza del 20. facce, che saranno cubiche braccia 591 $\frac{3}{2}$.

Come si misurino i corpi solidi a guisa di mandorla, che sono inregolari. Cap. XXII.

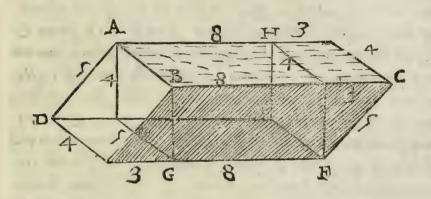
I CORPI *solidi a guisa di mandorla, possono occorrere di piu sorti, ma tre sono i principali: o elle sono mandorle tonde per la loro lunghezza, o elle sono di linee diritte, o egli sarà un corpo composto di piu facce a mandorle. Il corpo a mandorla di linee diritte, si misurerà facilmente, mediante le cose dette. Conciosia che quando noi vorremo sapere la quantità di detta mandorla, considerisi, che ella non è altro, che due piramidi congiunte insieme nelle loro base: talche a volere sapere la quantità di detta mandorla misurisi una delle sue piramidi, & raddoppisi il misurato: & del misurare la piramide già si è data la regola nel 12. cap. di questo libro. Seruaci per maggiore dichiaratione delle cose dette, che la mandorla solida, o vogliamo dir piena, sia* A B C, *fatta intera da due piramidi, la altezza della quale sia braccia 12. & il cerchio della basa habbia per diametro* A C,

che sia braccia 10. Cauasi adunque dal detto 12. cap. di questo libro, la grãdezza dell'una piramide, et dell'altra esʃere braccia 314 $\frac{2}{7}$. solide, il qual numero addoppiato ci darà 628 $\frac{4}{7}$. che saranno il tutto della grosʃezza della mandorla. La superficie ancora dell'una piramide, & della altra, si caua dal detto capitolo esʃere 204 $\frac{2}{7}$. braccia quadre: il qual numero raddoppiato fa 408 $\frac{4}{7}$. che è la superficie del tutto di detta mãdorla. In questo medesimo modo ancora, si misura una mandorla solida cõposta di due piramidi disuguali. Imperò che dal raccorre insieme le misure dell'una, et dell'altra piramide, ne resulterà sempre la grãdezza di detta mãdorla, da Greci, & da Latini chiamata Rõbo.

Le mãdorle tõde per la lunghezza, cioè fatte ad arco, che forse non si disdirebbe chiamarle mãdorle ouate, si misurano in un altro modo. Presupponghiamoci, che la detta mãdorla sia D E F G, *il piombo della quale* E G, *& il diametro che lo attrauersa con angoli a squadra* D F, *se si segasʃe a punto questa mãdorla nel diametro, se ne sarebbe due piramidi uguali, talche la di sopra sarebbe* D; E F, *come proua Archimede nel libro, che tratta de' corpi sferici; &* D G F, *sarebbe l'altra piramide. Misurisi adunque la mandorla*

dorla, che si fa di due piramidi, come di sopra si disse; & addoppisi detta misura, & haremo il tutto di detta mãdorla ouata, la quale Archimede chiama corpo sferico. Sia, per modo di esempio, questa mãdorla ouata D E F G, *della medesima grãdezza che la prima* A B C, *& la sua grossezza sia pur braccia* 628 $\frac{4}{7}$. *sode, il qual numero addoppiato fa* 1257 $\frac{1}{7}$. *& tante braccia diremo che habbi di sodo q̃sta mãdorla ouata. Et se noi vorremo sapere la sua supficie, multiplichisi lo arco* F G E *per la metà del cerchio, che ha p diametro la linea* D F, *ouero multiplichisi tutta la circunferentia per la metà di detto arco. Sapremo ancora il medesimo, se si multiplicherà lo spazzo del cerchio, che ha per diametro la linea diritta* D F, *per esso arco* E D G, *ouero* G E F; *& partirassi tal multiplicato per il mezo diametro del medesimo cerchio. Seruaci per esempio, che la linea* D F *sia braccia* 10. *& lo arco* E D G, *sia braccia* 26 $\frac{2}{3}$. *là onde la circunferẽtia, che ha per diametro* D F, *sarà braccia* 31 $\frac{3}{7}$. *et lo spazzo braccia* 78 $\frac{4}{7}$. *Multiplichisi adunque* 26 $\frac{2}{3}$. *p la metà di esso* 31 $\frac{3}{7}$. *cioè per* 15 $\frac{5}{7}$. *et ce ne verrà* 419 $\frac{1}{21}$. *Ouero multiplichisi* 31 $\frac{3}{7}$. *p* 13 $\frac{1}{3}$. *cioè p la metà del detto* 26 $\frac{2}{3}$. *& haremo medesimamẽte* 419 $\frac{1}{21}$. *Ouero multiplichisi*

78 4/7. per 26 2/3. & ce ne verrà 2095. che partito per 5. cioè per la metà di detta linea, o diametro 10. ci darà medesimamẽte 419 1/21. che sarà il numero delle braccia quadrate di detta mandorla ouata, cioè la superficie, che chiamammo D E F G.

I corpi fatti di piu facce a mandorle, si posson ancor essi facilmẽte misurare, come sarebbe a dire p nostro esempio, un corpo, che fusse terminato da sei mandorle piane, le quali tutte fussino respettiuamẽte parallele infra di loro; come dimostra la figura, che poco di sotto porremo, la quale chiameremo A C D E; *la parte di sopra della quale sia* A B C, *& la basa* D E F, *del qual corpo se noi vorremo sapere la grossezza. Tirinsi le linee de piombi* B G, *&* E H, *& conseguentemente ad amendue esse* A B, *&* B G, *& similmente alla* E F, *& alla* E H, *linee parallele. Sarà adunque diuiso questo ammandorlato in un corpo quadro, a guisa di colonna quadra, o di pilastro, & in duoi pezi triãgolari; il corpo quadro sarà* A B E F, *& i duoi triangoli saranno* A B D, *&* E F C, *la misura delle quali cose la mostrammo nel cap. 6. & nel 7. di questo libro. Misurisi adunque la colonna quadra, & i duoi corpi triangolari, & raccolghinsi insieme i multiplicati loro, & haremo la grandezza di questo corpo cõposto di mãdorle. Seruaci per esempio, che ciascun lato della colõna p la lunghezza sia braccia 8. & ciascun lato dell'una, & dell'altra basa sia braccia 4. & i lati de corpi triangolari per il piu lũgo siano braccia 4. l'uno, & delle loro base un lato sia braccia 3. l'altro 4. & l'ultimo 5. Sarà adũq; la grossezza di detta colonna quadra braccia 128. & la grossezza di qual si è l'uno de corpi, o colõne triãgolari, che dire le vogliamo, braccia 24. & 2. uie 24. fa 48. il quale aggiunto a 128. fa 176. & tante diremo, che siano le braccia del sodo di esso corpo ammandorlato, che ci eramo presupposto. Ouero piu breuemente multiplichisi la basa* A B G *per la linea*

retta

retta B C, *ouero la basa* F E H *p la linea retta* E D, *cioè* 16. *p* 11. *et ce ne verrà vna colõna quadra uguale al propostoci ammandorlato, però che* 11. *uie* 16. *fa* 176. & *se bene un de corpi triãgolari mãca da uno lato a dar cõpimẽto alla detta colõna, viẽ nondimeno ricõpensato da quel che si è preso piu dall'altra parte: & questo modo è piu cõmodo a qual si voglia forma, o dispositione di ammãdorlato.*

Mediante queste cose, & le passate ancora, si puo facilmente conietturare, con quale ingegno si posino misurare gli altri corpi, che si chiamano inregolari: imperoche si come le diuerse facce piane si diuidono in triangoli, & in parallelogrami, cioè in quadri lunghi, & poi si mettono insieme le particulari misure di qual si è l'uno di loro; bisogna similmente risoluere i corpi inregolari solidi, o vogliamo dire massicci, in corpi quadri di angoli retti, o in corpi triangolari, o in piramidi (secondo che ci sarà piu commodo) & prese dispersè le misure di ciascuno, raccorle dipoi tutte insieme, ouero trar l'una dell'altra, se ci farà di bisogno. Quando adunque il propostoci corpo sarà inregolare, egli è certo, che o gli manca, o gli auanza qualche cosa per eßere regolare: se gli manca

cosa

cosa alcuna, bisogna arrogerui quel tanto che li manca a farlo diuentare regolare & intero: il che si farà mediante lo allungare de lati tanto, che vadino a congiugnersi; & misurare poi queste parti aggiunte, come se il corpo fusse intero, le quali aggiunte poi si hanno a trarre della misura del tutto.

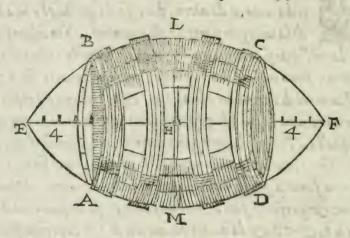
Ma se a questo propostoci corpo auanzasse qual cosa alla sua regolarità, misurisi primieramente quel che ha di regolare, & dipoi quel che gli auanza, & tal misure poi raccolghinsi insieme, & haremo la intera misura del tutto. Sono inuero le forme & figure de corpi massicci, che ci possono occorrere, infinite: ma non ce ne potrà mai occorrere alcuna; che; ancor che intera & regolare, o che le manchi, o che le auanzi qual cosa allo essere regolare; non si possa facilmente misurare secondo le regole, & li ammaestramenti dati di sopra, se gia elle non hauessino perduta quasi del tutto ogni forma di figura ragioneuole. Et sarebbe certamente stata cosa superflua, disutile, & difficilissima, il uolere dar regola, o ammaestramento proprio, & particulare sopra qual si uoglia figura, o forma di corpi simili; anzi certo uno aggrauare le menti di coloro, che leggono. Conciosia che ei si dice, che indarno si insegnano quelle cose per uie lunghe, che si possono insegnare per uie breui & espedite. Non voglio lasciare di dire, che a queste cose; che inuero in prima uista pare che habbino del difficile, ancor che del diletteuole; giouerà assai la destrezza dello ingegno (oltre alla notitia dello abbaco) di colui che si vorrà in cosi fatte misure esercitare: auuertendo ciascuno, che non basta lo intendere le cose, che si son dette; ma che lo esercitarsi in esse, giouerà grandissimamente.

Come

Come si misurino le botti da uino, o da altro. Cap. XXIII.

*P*IACEMI *di dimostrare un modo da misurare le botti da uino, o da altro, diuerso da quello, che usa hoggidi la maggior parte de gli huomini. Sia adunque la botte da misurarsi terminata da duoi cerchi nelle teste, i diametri dellequali sieno infra di loro uguali: come che la botte sia* A B C D, *& i diametri di detta botte sieno* A B, *&* C D, *uguali infra di loro, che terminino la grandezza della botte con le linee curue del corpo di quella. Tirinsi da ogni parte linee curue secondo il corpo della botte, sino a tanto che congiugnendosi insieme diano fine ad un corpo sferico fatto a guisa di uno ammandorlato ouato, il quale sia* E L F M: *& questo si faccia, o in un piano, presa la quantità de diametri* A B, *&* C D, *& la quantità ancora di* L M; *ouero applicando al corpo della botte alcuni regoli accommodati al piegarsi, che perciò siano apparecchiati. Fatto questo, tirisi il filo, ouero linea* E F, *che passi per il centro* H, *& che diuida in due parti uguali la linea* A B *nel punto* G, *& la* C D *nel punto* I. *Misurisi dipoi la piramide, o vogliam dire il conio; che ha per basa il cerchio* A B, *& per punta della linea a piombo* E, *& per fine* G; *secondo quella regola, che si diede nel cap.* 12. *di questo libro. Misurisi dipoi lo intero di tutto questo corpo a mandorla ouata* E L F M, *come nel passato cap. si disse, quãdo si trattò de corpi inregolari; a quali bisognaua, o leuare, o arrogere, per ridurli regolari; & da quel ce ne viene, traggasi l'una, & l'altra aggiunta, che si fece alla detta botte, cioè* A B E, *&* C D F; *& ci rimarrà la grandezza a punto della propostaci botte.*

Truouisi poi finalmente la quãtità della diuisione A B E *in questo modo. guardisi, in che proportione corrisponda una linea diritta*

composta della lunghezza G F, *&* F H, *con la* F G. *Conciosia che la diuisione* A B E, *corrisponde in quella medesima alla piramide, che ha la medesima basa, & la medesima altezza, che essa diuisio ne, cioè che ha per basa il cerchio* A B, *& per altezza la linea* G E.

Hauuta che haremo la notitia delle tre cose, facilmente haremo notitia della quarta, mediante la regola delle quattro proportionali.

Et il medesimo vorrei che si intendessi della altra diuisione C D F; *conciosia che ella corrisponde con quella medesima proportione al la sua piramide, che fa la linea diritta composta di* I E, *&* E H, *ad essa* E I. *Sia* A B *uguale al* C B, *o sia pur piu lunga, che non importa. Queste cose tutte si sono cauate dalle demostrationi di Archimede, delle quali in questo caso ci siamo seruiti, come delli altri habbiam fatto delle propositioni, o proposte di Euclide. Ilche vogliamo che basti, che se volessimo addurre le demostrationi particulari di Archimede, o altre simili, haremo hauuto a fare un nuouo, & gran uolume. Seruaci per esempio, che l'una & l'al tra* A B, *&* C D, *sia braccia* 7. *&* L M, *sia braccia* 10. *& il fuso*

E F,

EF, *braccia* 20. & GH, & HI, *ciascuna sia braccia* 6. & *l'altre* GE, & IF, *siano ciascuna braccia* 4. *harà adunque* (*se si auuertirà diligentemente le cose dette di sopra*) *la intera grossezza di tutto questo corpo a mandorla ouata* ELFM, *braccia* 1047 $\frac{13}{21}$. *di sodo: conciosia chê la piramide, che ha per basa il cerchio, che ha per diametro* LM, *di braccia* 10. & *per altezza* HE, *ouero* HF, *di braccia medesimamente* 10. *secondo che si mostra nel* 12. *cap. è braccia* 261 $\frac{57}{63}$. *sode: le quali addoppiate fanno la metà della mandorla ouata* ELM, *ouero* FLM, *di braccia* 523 $\frac{51}{63}$. *il qual numero addoppiato fa* 1047 $\frac{13}{21}$. *che è lo intero di detta mandorla ouata* ELFM. *La piramide oltra di questo* ABE, *disegnata dal triangolo* AEG, *ouero* GBE, *secondo quel si disse nel* 12. *cap. ha braccia* 51 $\frac{1}{3}$. *di sodo;* & *la linea composta di* GF, & FH, *ha braccia* 26. & GF, *braccia* 16. *per le cose dette*. *Pongasi adunque per il primo numero il* 16. *per il secondo il* 26. & *per il terzo* 51 $\frac{1}{3}$. *di poi multiplichisi il terzo per il secondo, cioè* 51 $\frac{1}{3}$. *per* 26. & *ce ne verrà* 1334 $\frac{2}{3}$. *il che partito per* 16. *che fu il primo numero che si pose, ce ne verrà per qualunque parte* 83 $\frac{5}{12}$. & *tante saranno le braccia, che di sodo ha la diuisione* ABE, *ouero* CDF. *traggasi adunque finalmente* 83 $\frac{5}{12}$. *cioè* 166 $\frac{5}{6}$. *dal detto numero* 1047 $\frac{13}{21}$. & *ce ne resterà* 880 $\frac{11}{14}$. *le quali diremo che siano le braccia, che di sodo ha la propostaci botte* ABCD. *la importantia adunque è sapere, quanti barili entrino in un braccio quadro*, & *secondo tal numero multiplicare lo* 880 $\frac{11}{14}$. *come se si dicesse, che il braccio quadro tiene barili* 5. *multiplichisi* 880 $\frac{11}{14}$. *per* 5. & *ce ne verrà* 4403 $\frac{13}{14}$. *che saranno a punto il numero de barili che tiene la propostaci botte* ABCD.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVARTO.

Del descriuere le Prouincie.

P*ARMI cosa conueniente, hauendo trattato insino a qui, come particolarmente si possino misurare tutte le cose priuate, passare a trattare, come si misurino le publiche; come sarebbe una Prouincia, o un Regno intero, con le Città, Terre, Castella, Fiumi, Liti, Porti, & luoghi notabili, da posserla mettere in carta, o in tauola piana. Et se bene io so, che essendo il mondo di forma Sferica, egli non ha conuenientia alcuna con il piano: nel descriuere nondimeno una Prouincia, o un Regno di* 300.*o* 400. *miglia non puo nascere tale errore, o differentia che sia in un certo modo sensibile, o apparente. Et non essendo per hora mia intentione di insegnar descriuere un mondo intero, o la maggior parte di esso in una palla; come sarebbe piu ragioneuole, & come le misure di esso tornerebbono piu giuste secondo lo ordine, & le regioni del Cielo: passerò solamente a trattare de modi da descriuere le parti particulari di esso mondo, con quelle regole, che da Gemma Frisio, dal Perurbachio, da Pietro Appiano, &*

dallo

dallo Illustre M. Giouan Roia, & molti altri, ho possuto ritrouare. Dico adunque, che vna Prouincia si può disegnare in piano in quattro modi. Il primo è, senza sapere le lūghezze, o le larghezze, o le lontananze de luoghi. Il secondo è, sapendo solamente le lontananze de luoghi. Il terzo, che si può fare senza la bussola in piano, & la ritta. Il quarto è, sapendo le lontanãze delle miglia de luoghi, et le linee delle vedute, da alcuni chiamate linee, o angoli di positioni, o positure. Et pche quanto al primo modo ci bisogna hauere vna bussola piana con l'ago, & con l'altre sue appartenenze, non mi pare incōueniente descriuere il modo di fare detta bussola, ancor che da Vitruuio già fusse descritto il medesimo: & questo per cōmodità di chi legge, & dello insegnare applicare la bussola ritta senza l'ago, alla bussola che terremo a piano con l'ago, per dirizzarla sempre alla tramontana, secondo che si ricercherà poi nel mettere in opera, o in atto la operatione da farsi.

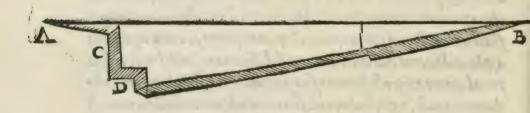
Come si facci vna bussola. Cap. I.

APPARECCHISI *la prima cosa una tauoletta di argento, o di ottone, o di bossolo, o di qual altro legno si voglia; pur che sia sodo, & pulito, & atto a non si torcere, o a non si fendere: nel mezo del quale fermato vn piè delle seste, ouero sestone, descriuasi un cerchio, che habbia di diametro un terzo di braccio in circa, il quale habbia ad essere l'ultimo termine di detta bussola. Dal medesimo centro, si tiri poi un'altro cerchio, quasi per lo spazio di vna costola di coltello, lontano dal primo, cioè piu uerso il centro: infra i quali cerchi si hanno a tirare poi le linee de gradi, grado per grado, come di sotto diremo. Fatto questo, ristringhinsi le seste, ouero il sestone, per fare un terzo cerchio*

lontano dal ſecondo, per due volte la lontananza, che è fra il primo, & ſecondo; percioche infra lo ſpazio, che è fra il ſecondo, & queſto terzo cerchio, ſi hanno a mettere i numeri delle cinquine de gradi, & tirarle, come ſi dirà di ſotto. Tirati q̃ſti cerchi, diuidinſi con una linea trauerſa, che paſſãdo p il cẽtro, faccia di tutti due parti uguali; lungo la parte di ſopra della quale ſcriuaſi, tramontana; & nella parte di ſotto, mezo dì. Diuidaſi dipoi detta linea ĩ due parti uguali; talche paſſando detta linea p il centro, faccia angoli a ſquadra cõ la prima linea; & dalla deſtra ſcriuaſi lungo queſta ſecõda linea, leuante; et dalla ſiniſtra ponente. Ridiuidaſi poi la quarta parte del cerchio, che è fra tramontana, & leuante, in due parti uguali; et tirisi una linea, che paſſando per il centro, ridiuida tutti i cerchi da ciaſcuna banda, lungo la quale dalla parte di ſopra ſcriuaſi greco, & dalla parte di ſotto libeccio. Vltimamẽte ridiuidaſi lo arco, che è fra tramontana, & ponente, in due parti uguali, cõ una linea; che paſſando per il centro, diuida di quà, & di là, oltre, & indietro, a detto centro tutti i cerchi: & dalla parte di ſopra fra tramontana, & ponente, ſcriuaſi maeſtro; & dalla parte di ſotto ſcilocco: & coſi haremo già con quattro linee gli otto venti principali, i quali voglio che ci baſtino per la noſtra buſſola; ſapendo, che chi vorrà, ſi potrà ridiuidere in tante parti, che harà, ſe vorrà, & li 16. & li 24. venti ſecondo Vitruuio, ma parendoci, che in queſto noſtro inſtrumento per hora, che otto ci ſiano a baſtanza, ci contenteremo di eſſi. Già habbiamo diuiſe per metà tutte le quarte, come ſi puo vedere: perche greco diuide per mezo la quarta fra tramontana, & leuante: ſcilocco la quarta fra leuãte, et mezo dì; libeccio la quarta fra mezo dì, & ponente; & maeſtro la quarta, che è fra ponẽte, et tramontana. Ridiuidaſi dipoi la ottaua parte del cerchio, che è fra tramontana, & greco, con duoi punti in tre parti uguali; et ciaſcuna di eſſe

tre parti pur con duoi altri punti in tre parti uguali: & applicando sempre una testa del regolo al centro, & l'altra a ciascuna delle diuisioni, tirinsi lineette infra il primo, et il terzo cerchio: & questo ordine si tenga a torno a torno nel diuidere tutta la circunferentia di quarta in quarta, o di ottaua in ottaua parte. Fatte queste diuisioni, applichinsi alle lineette già tirate i numeri loro infra il secondo, & il terzo cerchio, cominciandoci da tramontana a dire 5.10.15. 20. &c. fino a che 90. verrà a terminare a punto a leuante. ilche si faccia dall'altra parte ancora da tramontana in ponente, seguendo 5.10.15.20. &c. talche 90. termini alla linea di ponente. Comincisi poi ancora dalla linea di mezo dì, & caminando cõ lo scriuere uerso leuante dicasi 5.10.15.20. &c. talche il 90 termini in leuante, & p il contrario 5.10.15.20. &c. da mezo dì in ponẽte, tal che a ponente termini il 90. Debbesi poi ciascuna delle diuisioni già fatte ridiuidere in cinque parti, cõ quattro punti fra loro uguali: et applicando, come dell'altre lineette si disse, una testa del regolo sempre al centro, tirare le lineette fra il primo, & il secõdo cerchio, che dinotino grado; p grado, le quali fra tutte adẽpieranno il numero di 360. gradi, 90 cioè per quarta: ne uò lasciare di dire, che nel tirare de cerchi, & delle linee, si debbe affondarle tãto, che p il maneggiare poi la detta bussola, et uoltare in quà & in là la linda, secõdo, che ricerca il bisogno, elle si preseruino, & nõ si scancellino, come se fussino sole di inchiostro: ilche si debbe ancora molto auuertire nello imprimere, o i numeri, o le lettere, cõ i punzoni di acciaio: pche nel batterli poco, nõ rimangono imprõtate dette lettere, o numeri; et nel batterli troppo, uanno tanto a fondo, che offuscandosi, & le lettere, & i numeri, non si discernono. Bisogna adunque batterli a modo; & però è bene farne prima un poco di pruoua, o di esperientia in su uno altro pezzuolo di argento, o di ottone, o di bossolo, o di qual altro

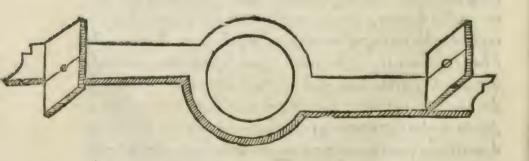
 legno

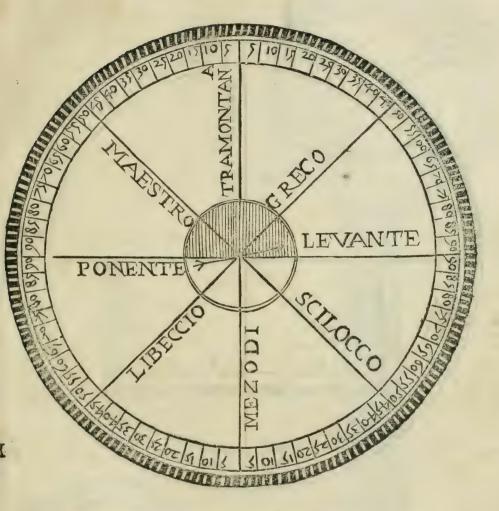
legno si sia, che facciamo la nostra bussola; & fatto tal pruoua, improntare poi a discretione dette lettere, o numeri in detta bussola. Disegnata in questa maniera la bussola, è di necessità scauare un certo spazio intorno al centro, col tornio, o meglio con un ferro fatto a posta p metterui il perno, che ha a reggere lo ago, & sopraui poi il uetro: & per piu dichiaratione, fabbrichisi un ferro, che sia dal mezo in giù di acciaio, con una punta sottilissima, dalla quale si parta il taglio del ferro largo per la metà di quel che vogliamo, che sia il cerchio da scauarsi; & dipoi con vno altro taglio piu lontano dalla punta, & piu uerso il manico, che farà la seggiola, sopra la quale si poserà poi il vetro. Et eccone lo esempio A, punta, B manico, C taglio primo, et D taglio secondo.

Questo ferro vuol hauere la pũta tonda, i tagli sinussati, come i ferri da pialla, et il manico quadro; il quale messo in vn volgitoio come si usa, nel girarlo a torno ci farà il cerchio scauato, che haremo di bisogno per la bussola, applicãdo la punta A al centro della detta bussola. Puossi ancora a detto ferro fare un manico a guisa di suchiello, et cõ la man poi girarlo: ma piu presto, piu facile, et piu netto si opera con il volgitoio, il quale per essere instrumẽto molto noto non descriuo altrimenti. Nel centro dipoi di questo scauato si debbe collocare un pernetto di ottone cõ la pũta sottilissima, che debbe reggere

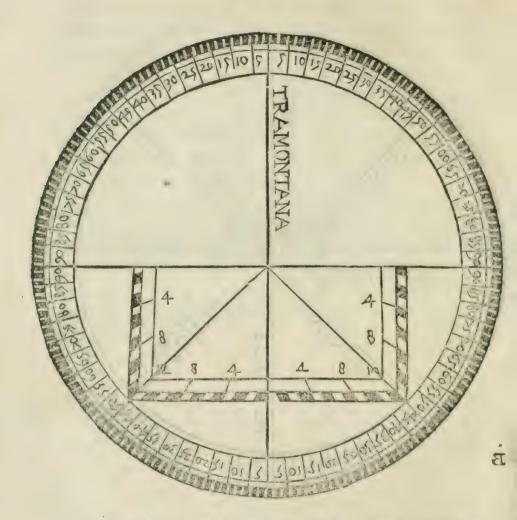
gere

gere lo ago: questo perno bisogna auuertire, che non sia tanto lungo che, posatoui sopra lo ago, & copertolo con il uetro, o cristallo, venga detto cristallo, o vetro a toccare lo ago, & impedirlo dal suo potersi voltare alla tramontana, come fa sempre, calamitato che egli è: & non mi è nascoso, che non si volta precisamente alla tramõtana, operando noi in questi nostri paesi; perche so, che ci si fa vna differentia di sette in otto gradi: il che molti dicono, perche la calamita non trae a dirittura alla tramontana, & che tal virtù di tirar, che ella fa il ferro, non viene dalla tramontana; ma da certi monti della Noruegia, che sono tutti di questa miniera della calamita, i quali nel tirare le diritture della tramontana pendono uerso leuante i detti otto gradi: ma importãdoci questo poco, o niente nel nostro operare, lo lasceremo, come cosa per hora a noi nõ attenente, da parte; & torneremo al nostro proposito bastandoci hauerne detto quel poco, che si è detto di sopra. Lo ago si fa di acciaio sottilissimo a guisa di freccia, & talmente bilanciato nel suo coppo di ottone, che posto sopra d'un perno, tanto pesi la punta quanto la penna, non altrimenti, che se fusse vna giustißima bilãcia. Temperasi dipoi sopra un ferro rouẽte, tanto, che pigli il colore della uiola mamonla: & tẽperatosi calamita, & calamitat, osi mette sul perno della bussola, & si cuopre con il vetro, o cristallo; et per fermare detto cristallo, si fa un cerchietto di filo di ottone, o di rame, che serrandosi nella seggiola, tiene detto uetro: & dico di ottone, o di rame, acciò nõ ci uenisse fatto di fil di ferro, che darebbe poi impedimento al uoltarsi dello ago. Fatto questo si ha a cõsiderare, che ci si ha a maneggiare la linda ĩtorno alla bussola, la quale sarebbe di necessità, che fuße impernata nel centro di detta bußola: ma perche ui habbiam posto lo ago, non è possibile. Ma in cambio di perno per la linda facciasi un cerchio di ottone, il diametro del quale sia un poco maggiore dello scauo, che si fece p lo

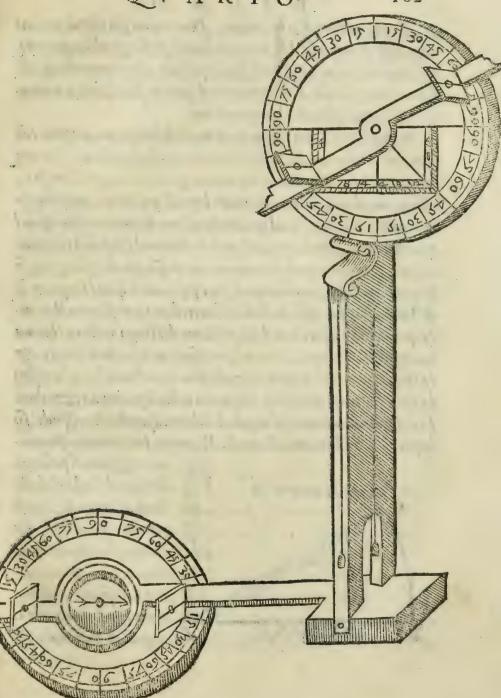
ago. Queſto cerchio vorrebbeſſer talmente fatto, che fuſſe maſſiccio da non ſi poter torcere, & haueſſe di ſotto da quella parte, che ha da poſare ſul piano della buſſola, tre punte da poterlo con eſſo fermare in detto piano: et perche ha da tenere ancora l'altro cerchio della linda, che ſe li debbe girare a torno, come diremo, debbe hauere una intaccatura a torno a torno, che ritenga poi il cerchio della linda, che girandoſi non ſalti ſuſo, la quale intaccatura chiamamo A.

Queſto ſi fatto cerchio ſi fermarà con le dette tre punte talmẽte ſul piano della buſſola, che ugualmẽte la ſua circunferentia venga da ꝑ tutto lontana a vn modo dal perno dell'ago della buſſola: & però vuol eſſere di dentro, & di fuori torniato pulitiſſimamente; di dẽtro, perche ſcuopra ſenza impedimento il vetro, & l'ago; & di fuori, perche vi ſi poſſa girar a torno giuſtiſſimamente il cerchio della linda, la quale a corriſpondentia faremo in queſto modo.

Cosi dunque haremo dato fine alla bussola: ma volendo seruircene a descriuere con essa una Prouincia, o una Regione, ci sarà molto cōmodo fare vn altro instrumēto pur tōdo simile alla bussola, cioè diuiso in tre 360 gradi. 90 cioè per quarta: et in esso della parte di mezo dì, disegnisi la scala altimetra in questo modo. diuidasi tutto il cerchio in quattro parti uguali; & da dette diuisioni, nella parte però di sotto, si tirino tre linee, che attrauersino la linea meridiana ad angoli a squadra, & termini la prima nel cerchio, nel quale son descritte le cinquine de gradi circulari, & lascino q̄ste tre linee infra di loro duoi spazij l'uno maggiore dell'altro: dipoi tirinsi p il trauerso le dette tre linee, sino a tāto, che da ogni bāda terminino nella linea, che passando p il centro fa leuante, & ponēte. Scōpartischinsi dipoi dette tre linee talmente, che se ne facci dodici parti p lato, cioè dodici da mezo dì uerso ponente, dodici dal detto mezo dì uerso leuante, et dodici da ciascun lato delli angoli insino alla linea, che fa come si dice leuante, & ponente: & applicando vna testa del Rego lo ferma al centro, tirinsi lineette a schiancio, che diuidino le tre linee in parti: & a quelle si applichino i numeri cominciando a porli, dalla linea di mezo dì, & andare verso li angoli; & il simile si faccia delle altre parti, che uanno a terminare nella linea, che fa leuante, & ponente. Questo instromento, o bussola ritta, non ha bisogno di ago, ma si bene di una linda con le sue mire impernata nel centro, è di necessità fermare q̄sta bussola in vno stile, che a squadra si rilieui di su la linda della bussola piana; et talmēte, che il suo pfilo batta in su la linea della linda piana, che da molti è chiamata la linea della fede; & che nel muouer la linda della bussola piana in quà, o in là, a quei gradi, che ci occorrono, porti sempre seco q̄sta bussola ritta: & auuertiscasi, che lo stile della bussola ritta stia p ogni verso a piombo su la linda della bussola piana: ilche si uedrà cō duoi piom-

binetti collocati in detto ſtile, come ſi vedrà in diſegno. Biſogna anco auuertire nel collocare queſto ſtile ſu la linda, che non impediſca le mire della linda piana: ilche ſi farà facilmente laſciandolo da piè nel mezo aperto a guiſa di porta: alcuni hanno uſato nel collocare queſto ſtile ſu la linda, accommodarlo di ſorte, che a ſua cõmodità lo poſſino leuare, & porre: ilche io lodo grandemente; ſi per potere maneggiare la buſſola piana a leuar le piante, ſenza la ritta; ſi ancor per la commodità del poter mettere l'una, & l'altra buſſola in una ſcatola, & portarla oue ci farà dibiſogno, pur che lo ſtile, & la linda ſia di materia ſoda, che nel commetterli inſieme faccino ſempre angolo a ſquadra, ne uò mancar di dire, che le dodici parti di qual ſi uoglia lato della ſcala altimetra ſi debbon diuidere ciaſcuna in quattro parti, cioè gradi, talche dalla linea meridiana alli angoli venghino per ciaſcun lato gradi 48. & coſi per li altri lati, come ſi vedrà nel diſegno: ma porremo prima il diſegno della buſſola piana.

Poi che di là si è posto il disegno della bussola piana senza la linda, mi pare ragioneuole mettere al presente in disegno la bussola ritta senza la linda per maggior' dichiaratione; come dopo questo si metterà anco in disegno l'una & l'altra bussola applicate insieme con le loro linde & stile, & altre appartenenze.

Ben

Ben uò credere, che, mediante il presente disegno, ogni ragioneuole ingegno potrà conoscere, in che modo habbi ad essere applicata la bussola ritta sopra la piana, quando bene ne gli scritti passati hauessi hauuto qualche difficultà circa lo intenderli: ancor, che per quanto mi è stato possibile io mi sia ingegnato di essere stato piu largo, &

go, &

45 30 15 15 30 45
15 30 45 60 75 90 75 60 45 30

go, & piu aperto ch'io ho potuto. Non vorrei già che alcuno mi imputasse se in questi disegni io non hauessi posti i gradi un per uno, o a cinque a cinque, come nelle figure passate: che venendo queste figure tanto piccole, non mi pareua di poterlo fare, senza arrecare confusione a gliocchi de reguardanti.

Inanzi che si diano le regole, o i modi dello operare, mi pare conueniente dichiarare, che cosa sia linea, o angolo di positione, ouero positura, mediante, le quali ci haranno a gouernare in queste nostre operationi: alcuni le hãno chiamate lince di positione, conciosia che trouãdosi cõ la bussola ad operare in alcun determinato luogo, nel guardare uno altro luogo, voltando la linda ad esso, hãno chiamato linea di positione quella dirittura, che passa per detto luogo: in su la quale poi hãno a terminare il sito, o positura di q̃l tal luogo, & la distãtia, che è poi infra la linea del meridiano, oue saremo stati alla operatione, a q̃sta linea della positione del luogo veduto, chiamano angolo di positione. Seruaci per esempio, che A sia Firenze, & la sua linea meridiana sia B, & che stando in Firenze cõ la nostra bussola sul campanile di S. Reparata nella suprema altezza doue su la spõda di marmo del angolo del detto cãpanile, che rispõde su la piaza di S. Giouanni allato a S. Reparata facẽmo tale operatione, veggiamo il palazzo de Pitti discostarsi dalla linea di mezo dì, verso ponente gradi 24. & chiamasi C: dico che la linea A C, si chiama linea di positione, o di ueduta, & l'angolo A B C angolo di positione, & questo

questo ci basti per tale dichiaratione: conciosia che io voglia piu tosto chiamarla linea del luogo, che io guardo, & applicarui il nome di quel luogo; perche ne habbiamo dipoi bisogno per i riscontri delli intersecationi, come diremo di sotto.

Come si operi con la bussola per descriuere una Regione. Cap. II.

TRASFERIREMOCI *in alcuno luogo alto, & che non habbia impedimenti a torno, acciò le uedute sieno libere & spedite; & quiui fermeremo la bussola a piano, & talmente volta, che lo ago venga a dirittura della tramontana, & tenendola ferma, voltisi la linda a luoghi, che noi vogliamo vedere: & se alcuni di detti luoghi ci uenisse tanto sotto, che noi non lo potessimo vedere per le sue mire, guarderemolo per le mire della bussola ritta; che traportata dalla linda della bussola piana, ci darà commodità di vedere detto luogo: & ueduti i luoghi da presso, o da lontano, notinsi da parte i nomi di detti luoghi, & i gradi doue batte la linda nella bussola piana. Fatto questo, & notati tutti i luoghi, che ci occorreranno, è di necessità trãsferirsi con la bussola in uno altro de già ueduti luoghi: doue posta la bussola a piano, uoltãdo pur l'ago alla dirittura della tramõtana, come si fece nella prima opatione, uoltisi la iinda a tutti i luoghi, che vedẽmo nel primo luogo della prima operatione; & notinsi da parte ancora i nomi di detti luoghi, & i lor gradi della bussola piana. Fatta l'una & l'altra operatione, & presi i gradi, & nomi de luoghi, apparechisi un cartone tanto grande, appiccando piu fogli insieme et per la lunghezza & per la larghezza, quanto uorremo, che sia la Prouincia che vorremo descriuere: faccisi ancora vn cerchio*

di

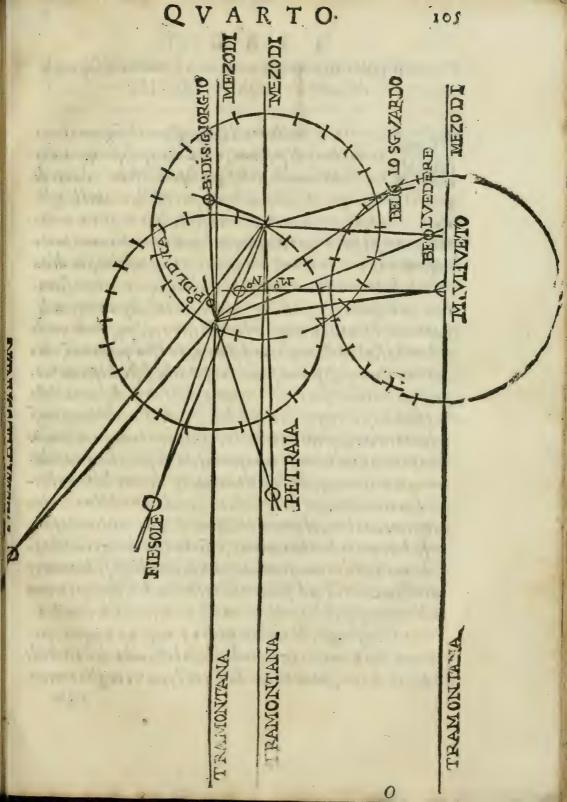
di cartone, quasi a guisa di bussola scompartito in 360. gradi, 90 cioè per quarta come la bussola, da poterlo applicare piu quà, & piu là per detto cartone, & seruircene in piu luoghi. Ordinate queste cose, stabiliscasi un punto, o nel mezo di detto cartone, o in altro luogo, secondo che daremo principio a disegnare detta Prouincia; o da un luogo, che sia nel mezo; o da un luogo, che fusse da una testa; o da un lato uicino a confini: Et per uenire allo esempio dicasi, che lo stabilito punto sia il campanile di S. Reparata, doue stemmo a fare la prima operatione; applichisi la bussoletta di cartone col suo centro al detto punto, e poi si tiri la linea fra tramontana, & mezo di a dirittura: ricorderemoci, che notammo da parte nella prima nostra operatione, che haueuamo trouato il palazzo de Pitti a gradi 24. fra mezo dì & ponente: perilche posta una testa del regolo al centro di questa bussoletta, andremo con l'altra a trouare li detti 24. gradi fra mezo dì & ponente, & tireremo una linea senza inchiostro; alla fine della quale in lato, che non impedisca il campo, scriuerremo il suo nome, cioè Palazzo de Pitti: ricorderemoci ancora, che vedemmo la torre de gli Alessandri a gradi 55. fra tramontana & leuante: & il palazzo di sua Eccellenza Illustrissima a gradi 10. tra mezo dì, & leuante; Monte olíueto a gradi 81. fra mezo dì, & ponente. Beluedere a gradi 66. fra mezo dì & ponente, Bello sguardo a gradi 53. fra mezo dì & ponente, la Petraia a gradi 14. fra tramontana & ponente, Fiesole a gradi 40. fra tramontana & ponente; il Caualiere, ouer Bastion di S. Giorgio, a gradi 3. fra mezo dì & ponente: da quali gradi si debbon a ciascuno di per sè tirare le loro linee, secondo che ci darà il centro della bussoletta di cartone, & il grado luogo per luogo, & notarle con i lor nomi; talche haremo di già le dritture di detti luoghi della prima operatione. Trasferimmoci dipoi per

la

la seconda operatione al palazzo de Pitti: & saliti al secondo finestrato, posta la bussola su lo angolo verso Arno della facciata dinanzi, quiui facemmo la seconda operatione. Et però lieuisi la bussoletta di sul cartone di quel luogo, che ci ha seruito per il campanile alla prima operatione, & trasportisi su per la linea della veduta del palazzo de Pitti presso, o lontano, a nostra commodità, ad un punto determinato, che ci serua per il canto, o angolo del palazzo de Pitti alla seconda operatione: & accomodisi di maniera, che tirando la linea da tramontana a mezo dì, sia parallela & ugualmente lontana dalla altra, che tirammo per la prima operatione. Collocata la bussoletta in questa maniera, vedremo, che il campanile di S. Reparata batterà ancor esso fra tramontana & leuante a gradi 24. luogo o grado a punto opposito alla prima operatione, nella quale stando sul campanile di S. Reparata vedemmo il palazzo de Pitti a gradi 24. fra mezo dì & ponente. Et però in questo luogo non occorre tirare altra linea; perche il centro della bussola serue per il palazzo de Pitti. Fatto questo, ricorderemoci, che nella seconda operatione uedemmo la torre de gli Alessandri a gradi 47. fra tramontana & leuante: & però tirisi vna linea, che passando dal centro della bussoletta per detti gradi 47. vadia ad intersecare la linea di detta torre delli Alessandri della prima operatione: & doue occorre detta intersecatione, quiui sarà il luogo di detta torre. Ricorderemoci ancora, che in questa seconda operatione trouammo il palazzo di S. Eccellenza Illustrissima a gradi 37. fra tramontana & leuante. Monte oliueto a gradi 74. fra tramontana & ponente. Beluedere a gradi 89. fra tramontana & ponente. Bello sguardo a gradi 73. fra mezo dì & ponente, la Petraia a gradi 5. fra tramontana & ponente. Fiesole a gradi 27. fra tramontana & leuante, il

CauaIiere

Caualiere di S.Giorgio a gradi 59. fra mezo dì et leuante: et però tirinsi le lor linee, che dal centro della bussoletta, et da gradi di ciascun luogo uadino ad intersegare le linee, della prima operatione; et nelle intersecationi, che fanno dette linee, si ponghino i luoghi loro come ne disegni si puo vedere. Et auuertiscasi, che se per sorte accadessi, come tal uolta occorre, che nell'una operatione et nell'altra ci uenisse per dirittura alcun luogo, che non sapessimo doue collocarcelo, o piu inanzi, o piu indietro per detta linea; bisogna trasferirsi in vn terzo luogo a far la terza operatione per detto luogo: come per esempio, se nella linea, che è fra il campanile & i Pitti fussi anco il Mercato Nuouo, talche non sapessimo doue collocarcelo, trasferiremoci cō la nostra bussola a Monte olíueto; et posto lo ago alla dirittura della tramontana; vedremo che ci darebbe detto Mercato Nuouo a gradi 86. fra tramontana & leuante: tireremo adunque una linea da Monte olíueto per detti gradi 86. & doue ella intersecherà la linea tirata infra il campanile & il palazzo de Pitti, quiui sarà il luogo di Mercato Nuouo; come per maggiore dichiaratione si uedrà nel disegno che segue.

MEZODI
MEZODI
MEZODI
B.DI S.GIORGIO
BEL LO SGVARDO
BELVEDERE
M.VLIVETO
PETRAIA
FIESOLE
TRAMONTANA
TRAMONTANA
TRAMONTANA

Come si posa mettere in carta una Prouincia sapute le distantie di luoghi. Cap. III.

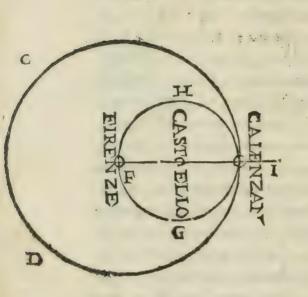
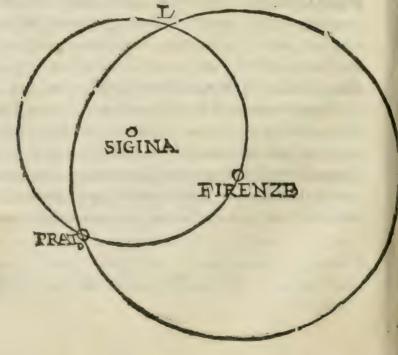
SI COME *mediante il Cap. passato ci bisognaua hauere due linee di positioni, o di uedute; cosi per operare in questo altro modo, ci bisogna sapere distantie diritte di qual si uoglia luogo, che saranno infra esso, & duoi altri luoghi. Faccisi adunque primieramente una scala delle miglia a nostro piacimento pigliando una lunghezza condecente alla carta, in che uogliamo descriuere detta Prouincia. Dipoi ponghinsi in detta carta le due prime Terre, Castella, o luoghi, doue uorremo, secondo le lor distantie; & per il terzo luogo, o terra, bisogna saper la distantia, che è fra i duoi primi, & questo terzo: & pigliando con le seste nella scala delle miglia la distantia, che è fra questo terzo luogo, et uno di già posti prima. fermisi un piè delle seste nel primo luogo et con l'altro tirisi un cerchio, dipoi piglisi l'altra distantia delle miglia nella scala; & posto un piè delle seste nel secondo luogo, tirisi un'altro cerchio: questi duoi cerchi, o si interseccheranno insieme in duoi punti, o si toccheranno in un punto solo: se si toccheranno solamente in un punto, quello sarà il termine, & il punto del terzo luogo: il qual toccamēto ci sarà più chiaro, se dal centro dell'un cerchio tirreremo una linea al centro dell'altro. Ma se i detti cerchi si intersecheranno in duoi lati, auuertiscasi che il detto terzo castello sarà in una delle due intersecationi: perilche considerisi, se detto terzo castello uiene in su la destra, o in su la sinistra delli duoi già prima posti; & pongasi su la intersecation che uiene, o destra, o sinistra. Seruaci per esempio, che la scala sia di 15. miglia* A B, *io porrò primieramente Firenze: & sapendo, che la bella uilla di Castello di S. Eccell. Illustrissima, è lōtana da Firenze per tre miglia e mezo,*

piglio

piglio la distantia di tre miglia e mezo nella scala, & fermo un piede in Firenze; fo con l'altro un punto, che serue per detta villa di Castello: dipoi per porre Calenzano, sapendo che da Firenze a Calenzano sono sette miglia, piglio nella scala la distantia di sette miglia, et fermo un piè delle seste in Firenze fo con l'altro un cerchio, quale è C D E. *il simile fo della villa di Castello. pse le 3 ½. miglia nella scala: & tenendo un piè delle seste fermo in Castello fo uno altro cerchio* F H G: *questi duoi cerchi si toccano in un lato solo, & detto toccamento, è incerto, & però tirò una linea da centro a centro, et dico, che Calenzano è nel punto del toccamento* I. *Ma se hauessimo uoluto vedere, doue hauessimo a porre Firenze, Prato, & Signa: sapendo che da Firenze a Prato sono* 10. *miglia, fatta la apertura di* 10. *miglia con le seste nella scala, tirreremo un cerchio, fermo il piede in Firenze: & dipoi preso lo spazio, che è fra Firenze, & Signa, che sono sette miglia, & fatto un cerchio dal punto di già preso p Signa; fo uno altro cerchio, il quale interseca il primo ĩ duoi penti* K, & L: *& perche io so, che Signa è su la man sinistra di Firẽze guardando uerso Prato, dico Prato hauere a porsi nel punto* K: *questo modo è facilissimo, ogni uolta che o per mare, o per terra noi hauesimo la uera notitia delle miglia da luogo a luogo.*

Non uò mancare di dire, che questo modo passato, se bene è facile a metterlo in atto, saputo che haremo le miglia de luoghi, nõ è però molto fedele, mediante la inegualità delle miglia, non andando sempre le strade per linee rette da luogo a luogo, ma torte in uerso piu lati, secondo il caso, ò la occasione del paese: & però è di necessità, che metterlo poi in atto faccia su la carta qualche varietà.

5
10
15
C
H
FIRENZE
CASTELLO
CALENZANO
F
I
G
D

L
SIGINA
FIRENZE
PRATO

Come si truoui una distantia di un luogo e sia quanto si uoglia lontano. Cap. IIII.

ANCORA *che il medesimo si sia insegnato nel terzo cap. & nel quarto del primo libro, non mi pare fuor di proposito replicare in questo luogo un modo di trouare le distanze; atteso quanto sia necessario per porre le regioni in carta, & che molte uolte accaggia non hauer seco instrumento alcuno; cõ che pigliare si possino dette distantie diritte; però siami concesso il poterlo quasi che replicare in questo luogo, ancorche si varij qualche cosa da modi detti. Seruaci per esempio, che sia un castello, del quale uogliamo saper la distantia: arrecheremoci in un campo largo & spazzato, per il quale possiamo andare inanzi e indietro, & tornare ancora a nostro piacimento; & se bene non sarà piano, non importa molto. Quindi presa la ueduta del castello, accosteremoci per linea diritta ad esso castello dal luogo prima determinato, per 35. passi; & quiui rizzisi in terra fitta a piombo una asta, la quale chiamaremo* C, *il castello da uedersi* B, *& il nostro primo luogo oue ci ponemmo* A. *Fatto questo, discosteremoci dal* C *in su la mano ritta ad angolo a squadra dalla dirittura* A B, *per 26. passi, & in questo luogo porremo una seconda asta, la quale chiamaremo* D: *doueuasi porre per terza asta* A *se bene non si è detto prima.; & partendoci da essa douemmo discostarsi ad angolo a squadra uerso la man destra tanto, che la ueduta dello occhio nostro passando per la secõda asta* D, *arriui al Castello da misurarsi; & quiui poni un 4. termine, o asta che sia* E *misurisi di poi, o con braccia, o cõ canne, quãte le siano infra* C *&* D, *prima: & seconda asta, & ponghinsi da parte il numero di questa prima lontananza misurisi di poi, quante braccia sono infra* C *et* A, *la quale chiamaremo lontanãza secõda,*

& porremo da parte anco queſto ſuo numero: ultimamẽte miſuriſi la terza lontananza, cioè infra A *&* E, *& ponghinſi da parte ancora le ſue braccia. Traggaſi dipoi la prima lontananza dalla terza; & quel che ce ne reſterà, diuenterà il noſtro partitore. Multiplichiſi dipoi la terza lontanãza per la ſeconda; & quel che ce ne reſulta partaſi per il partitore: & quel che ce ne verrà ſarà la dirittiſſima diſtantia infra* A, *&* B, *cioè fra la terza aſta, & il caſtello. Diceſi adunque, che eſſendoci diſcoſtati dal* C *ad* D, *per 26. paſſi, che ſono braccia 30. in circa, che poco, o niente poſſon variare di queſto. Et dal* C A *per 40. braccia & dalla* A E *per braccia 36. traggaſi il 30. dal 36. & ce ne reſterà il partitore, che ſarà 6. multiplichiſi dipoi il 40. per 36. & ce ne verrà 1440. il qual multiplicato partito per 6. ci darà braccia 240. che è la vera diritta lontanãza infra* A *&* B: *et è chiariſſimo, che queſto modo è certiſſimo, ogni uolta che nel diſcoſtarſi per lato dalla prima veduta, & ſeconda, ce ne diſcoſteremo ad angoli retti, coſi l'una uolta, come l'altra; ma credo bene, che ſenza un quadrante, o altro inſtrumento ſimile, diffiſiliſſimamẽte potremo diſcoſtarcene ad angoli a ſquadra: et quãto maggiore fuſſe detto quadrãte,*

tanta

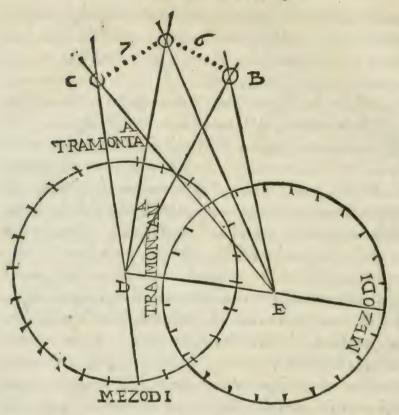
tanta piu giusta sarebbe la operatione: ma mostrisi la figura p maggiore dichiaratione. Non è dubbio, che chi considererà diligentemẽte, potrà conietturare, che questo medesimo si può fare cõ il quadrãte; come si fece nello operare, che si insegnò nel primo libro, & che poco di sopra si è allegato; modo insegnato dal Perurbachio, & dallo Orontio, & da altri: ma auuertiscasi, che quanto maggiori si piglieranno le distantie fra asta & asta, tanto piu giusta tornerà la operatione, la quale non vorrebbe passare però molta gran lontanãza; si per la piccolezza della scala altimetra descritta nel quadrante; & si per la acutezza de razi della veduta: che nõ è possibile, che nõ vadino in qualche cosa variando, ma parendomi, che nel primo libro se ne sia parlato a bastanza, uò por fine a questo ragionamento.

Come ueduti dua, o tre luoghi, si possino giustamente trouare le loro distantie, mediante le linee, & gli angoli delle positioni, ancorche non ci trouassimo in alcuno di detti luoghi; & come si possa disegnare una prouincia senza la bussola ritta, & senza l'osseruatione della tramontana. Cap V.

PER trouare la vera distantia di 3, ò 4. luoghi, andrencene con la bussola in una campagna; & non attendendo alle regioni del cielo, uolteremo uno de suoi diametri, cioè quello, che uà da tramontana a mezo dì ad uno de luoghi da misurarsi, & sia qual si uoglia: dipoi uoltisi la linda (stãdo ferma la bussola) a tutti i luoghi, che uorremo misure. Et notinsi i gradi, et i nomi de luoghi, secõdo che si accostano, o discostano dal detto diametro dalla bussola; et il luogo ancora doue disegneremo stare alla seconda operatione, & secondo che già si disse,

nel ſecõdo capitolo di queſto libro, ponghinſi con la buſſoletta di cartone in carta dette linee. Trasferiremoci dipoi in quel luogo, doue vorremo ſtare per la ſeconda operatione, che ſia un 30. braccia, o piu lontano, per la dirittura nondimeno del luogo diſegnato per la detta ſeconda operatione: et volteremo la buſſola, che con il ſuo diametro, che paſſa da tramontana a mezo dì, guardi uerſo il luogo della prima operatione: & veggaſi doue battono, cioè a quanti gradi le linee delle coſe, o luoghi, che vedeſti nella prima operatione, in queſta operation ſeconda; et notinſi i nomi, & i gradi da parte. Fatto queſto, pongaſi la buſſoletta di cartone ſu la carta, che vorremo, che ſerua a deſcriuere tal Regione; talmente, che il diametro, che paſſa da tramontana a mezo dì, vadia a trouare il luogo della prima operatione; & di quiui ſi tirino le linee della veduta, o poſitione di queſta ſeconda operatione: et doue elle interſecheranno le altre a lor ſimili, cioè de medeſimi luoghi, & nomi della prima operatione; quiui ſarà i termini, & le poſiture di detti luoghi. Miſurinſi dipoi quante braccia ſono dal luogo della prima operatione al luogo della ſeconda, perche mediante queſte miſure trouerremmo le miſure degli altri luoghi in queſto modo. Diuidaſi la linea, che è fra un centro, & l'altro della prima, & ſeconda operatione, in quãte parti noi vorremo; & ſecondo queſte parti, miſurinſi le diſtantie, che ſon poi fra luogo & luogo. Multiplichiſi dipoi quelle tali parti, che ſono infra i duoi luoghi, per la lontananza, che è fra le due operationi; et quel che ce ne viene, partaſi per le parti delle operationi, & haremo la vera diſtantia de luoghi, & il ſimile ſi faccia delli altri luoghi. Ma perche ſi è parlato alquanto ſcuramente, vengaſi allo eſempio, per facilitare la coſa. Siano tre luoghi A B C, *de quali noi vogliamo ſapere le diſtantie fra l'uno, & l'altro, ſenza hauerci a trasferire in alcuno di eſſi: io porrò la noſtra buſſola nel punto* D, *talmente che il dia-*

il diametro di detta, che passa da tramontana a mezo dì, sia volto al C, non hauendo riguardo alcuno alle regioni, o parti del Cielo dipoi volgendo la linda guardisi per le mire il luogo A, *& il luogo* B, *& similmente* E, *doue disegneremo stare a fare la seconda operatione; & trouisi, che fra* C, *&* A, *sono* 20. *gradi. & fra* C, *&* B, *ne sono* 40. *& fra la linea* C D, *& la* E, *ne sono* 110. *Piglisi dipoi la nostra bussoletta di cartone, & fermisi sopra il cartone, nel quale si ha a disegnare la Prouincia: & tirisi la linea dal centro* D *primieramente al* C, *che serue per il diametro, che è fra tramontana & mezo dì: & hauendo trouato, che* A, *era* 20. *gradi lontana dalla linea* C D, *tirisi da detti gradi & centro una linea, che sarà* D F, *la quale passa per* A: *& dipoi tirisi la linea de* 40. *gradi* D B, *per insino al* G: *ultimamente tirisi la linea di* 110. *gradi* D E, *per insino alla* H, *giu per questa linea poi si ponga vn centro lontano quanto si voglia, che farà* E, *doue si ha a por di nuouo la bussola per la seconda operatione, la qual ponghiamo che sia in vna distantia dal* D, *di* 300. *braccia: & uolta la bussoletta di cartone, che con il suo diametro, che ua da tramontana a mezo dì guardisi il punto* D, *della prima operatione: dipoi si uolta il regolo dal* E *al* C, *che si allontanaua per* 40. *gradi, & quiui si tiri vna linea che interseca detto* C, *passando per detti* 40. *gradi: tirisi poi la* A, *che è a* 60. *gradi, &* B *alli* 75. *le quali linee diuidono tutte le linee della prima operatione. Fatto questo diuidasi la linea* D E *con le seste in dieci parti uguali, mediante le quali parti misurinsi le distantie tra luogo & luogo: & dico per la regola delle tre cose se* 10. *mi da* 300. *&* 10. *ha fra* B *&* A *sei di quelle parti che,* D E *è* 10. *che mi darà* 6. *è chiaro, che mi darà* 180. *il che è la vera distantia infra* A B; *& in questo medesimo modo sapremo le distantie fra* A C, D C, D A, D B, C B, E C, E A, *&* E B. *& questo è il terzo modo da disegnare una prouincia, facilissimo piu*

di

di tutti gli altri: conciosia che non si ha bisogno, se non d'un cerchio diuiso in 360. gradi con la linda; nõ ci fa mestiero di bussola ritta, o in piano; non di osseruatione di tramontana; non di longitudine, o latitudine; non di distantie de luoghi; & è tanto certo & chiaro modo, che serue per 200. 300. & 400. miglia, senza alcuno errore, o differentia notabile; pur che lo occhio ci serua, & si faccino come si è detto 2. operationi da duoi luoghi, tal che le cose ci venghino sempre vedute due volte: & in questa maniera si puo disegnare Citta, Castella, Torri, Nascite, Suolte, o Sboccamenti di Fiumi, Liti, Porti, & quai si voglia sorte di luoghi, o siti.

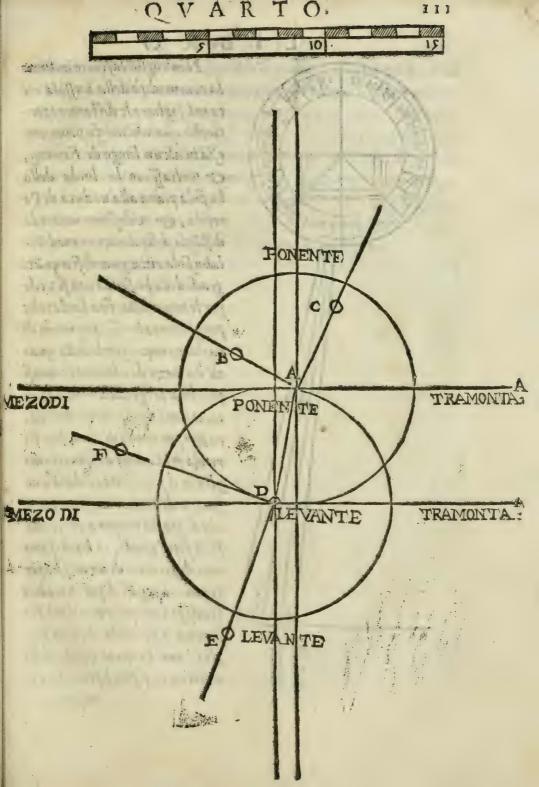
Come

Come si possa descriuere una Regione, o Prouincia, sapendo le distantie, & li angoli delle positioni. Cap. VI.

QVESTO vltimo quarto modo è molto facile, ma si ha bisogno di due cose: prima di sapere le distantie; & poi trouare le linee delle positioni. Le quali cose quãdo haremo sapute mediante le cose di già insegnate: Piglisi la bussoletta di cartone, & applichisi secondo il luogo donde si ha a cominciare in sul cartone: cioè se il luogo sarà nel mezo della Regione, o Prouincia, pongasi detta bussoletta di cartone nel mezo del cartone; & se altrimenti, pongasi secondo che ricerca il bisogno. Fatto questo, tirinsi le linee delle dirittture, o positioni, in quel modo, che già si è insegnato. Fatto questo, faccisi vna scala delle miglia secondo la grandezza della carta, doue vogliamo disegnare detta Prouincia; & da questa scala piglinsi le distantie, cioè la quantità delle miglia; & trasportinsi dal centro, donde si tirarono le dirittture sino alla quantità, che si sarà presa luogo per luogo in dette dirittture: & se fatto vna prima operatione, ci piacerà di andare a fare la seconda, applichisi la bussoletta di cartone ad uno de luoghi già descritti, uoltandola talmente, che tramontana corrispõda a tramontana, & mezo giorno a mezo giorno; & sieno ugualmente discosto, cioè parallelo l'un diametro allo altro; & dell'altre cose, operisi come già si è detto. Seruaci per esempio, che il primo luogo sia A, *& i luoghi allo intorno siano* B C D. *Discostisi* B *da mezo dì inuerso ponente per 30. gradi, &* C *da ponente verso tramontana per venti gradi, &* D *da leuante verso mezo dì per 10. gradi: & infra* B, *&* A, *siano tre miglia, & infra* C, *&* A, *quattro; & infra* D A, *cinque: io applico la bussoletta di cartone alla* A, *& tiro linee* A B,

A C,

A C, & A D, ſecondo i loro gradi, dipoi piglio con le ſeſte la quantità delle miglia luogo per luogo, & traſporto nelle loro linee. Traſferiſcomi dipoi nel luogo D, intorno al quale ſono duoi luoghi E & F, & la detta E ſi diſcoſta da leuante uerſo mezo dì per 20. gradi, & F da mezo di, in ponente per duoi, & E è lontana da D per ſei miglia, & F per ſette. Pongo adunque la buſſoletta di cartone nel centro D, talmente che la ſua linea della meridiana ſia parallela alla meridiana della prima poſitura; & poi tiro le linee D E, & D F, ſecondo i loro detti gradi; dipoi piglio le diſtantie delle lor miglia nella ſcala, & le traſporto nelle loro linee: & coſi haremo dato fine a quattro modi del mettere le prouincie in carta, che promettemmo nel principio di queſto quarto libro: nel qual non ci reſta a dire altro, ſe non auuertire chi legge, che queſto modo del deſcriuere le prouincie non è molto fedele, mediante la diſugualità delle miglia, & piegamenti delle ſtrade: i quali modi ſe perauuentura non piaceſſino a qualcuno, ricordiſi, che Gemma Friſio, & molti altri, hanno uſato dire; che, ſe Tolomeo riſuſcitaſſe, non ſaprebbe, ne potrebbe dare regole migliori per deſcriuere le regioni: in piano & per dichiaratione maggiore delle coſe dette ueggaſi la figura che ſegue.

5
10
15
PONENTE
C
B
A
A
MEZODI
TRAMONTA
PONENTE
F
D
MEZO DI
LEVANTE
TRAMONTA
E
LEVANTE

Non voglio laſciare indietro la commodità della buſſola ritta nel pigliare le diſtantie: percioche quando noi fuſsimo con eſſa in alcun luogo di Firenze, & voltaſſimo la linda della buſſola piana alla ueduta di Peretola, & voleſsimo notare la diſtãtia delle diritture mediãte la buſſola ritta: guardiſi a quãti gradi della buſſola ritta ſi vede per le mire della ſua linda; che ponghiamo, che ſia, per modo di parlare, cinque gradi della quarta da mezo dì a leuante: notiſi pòi, che a ſei gradi di detta quarta, ci darà uno ſpazio a dirittura; & per modo di dire, fra Peretola & Campi di quattro miglia: et dipoi a ſette, ci darà uno ſpazio di cinque miglia, tanto che di già da cinque a ſei, et da ſei a ſette gradi, ci harà fatto una differentia di un miglio per grado: ueggaſi dipoi vn'altro grado piu inanzi, & ci darà forſe vna differentia di dua miglia: con la qual regola delle differentie, ſi potrà procedere in infinito,

infinito, crescendo sempre di grado in grado quel che li tocca. Ma auuertiscasi, che questa regola non serue in tutti i luoghi, ne in tutte le altezze: anzi bisogna sempre in ogni luogo doue ci trouerremo, fare questa scala delle differentie, che ci darà l'un grado dall'altro: conciosia che tali differentie si vanno variando, secondo le altezze nelle quali ci trouerremo a fare le operationi, o piu alte, o piu basse, da luoghi che vorremo misurare per porre in disegno: & eccone lo esempio in disegno, troppo piccolo inuero a queste minutie, ma serua per suegliare lo ingegno di chi legge.

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO QVINTO.

POI che io ho presa la fatica di giouare a molti che non hanno notitia della lingua greca, o latina, nel mettere in questa nostra materna lingua Fiorentina le cose dello Orontio, & di alcuni altri, attenenti alle misure; come per lo adietro si è dimostro: non voglio recusare ancora questa altra fatica di mettere nella medesima lingua quelle dimande, concettioni, o propositioni di Euclide; che sono state, ne capitoli de libri passati, piu volte da me citate: accioche coloro, che vorranno piu esattamente vedere in fonte la ragione delle cose dette, possino satiare lo animo loro, & godersi di queste mie fatiche; emmi parso metterle da parte tutte insieme, & non luogo per luogo doue le sono citate; per non confondere gli animi di coloro, che volessino solamente attendere alla pratica dello operare, a' quali basterà forse le cose dette insino a quì. Ma per satisfare alli studiosi, ho voluto, che le si possino uedere in questa lingua tutte insieme. Satisfaccisi dunque ciascuno di quel che piu li piace, & contentisi per hora solamente di quelle, che io ho messe in questo libro insieme, per dichiaratione delle cose passate, non essendo stato mia intētione di voler tradurre, come molti forse desidererreblono Euclide: ma di voler solamēte

tradurre

tradurre quella parte, che mi è parsa necessaria per rendere ragione delle cose insegnate ne passati libri. Ma per non consumare piu tẽpo, che ci bisogni nelle parole, cominceremo a dire, che le dimande di Euclide sono cinque, delle quali ci bisogna far mentione.

Dimanda prima.

COncedasi, che da qual si voglia punto si possa tirare una linea diritta ad uno altro punto, & che ella si possa tirare lunga a diritto quanto ci piace.

Dimanda II.

COncedasi, che da qual si voglia punto si possa tirare un cerchio, che occupi quanto spazio ci piace.

Dimanda III.

COncedasi, che tutti gli angoli retti siano fra loro uguali.

Dimanda IIII.

COncedasi, che se una linea diritta cadrà sopra due linee diritte, & che i duoi angoli da una bãda sieno minori di duoi angoli retti; che sia chiaro, che le dette due linee tirandole a dilungo si congiugneranno insieme.

Dimanda V.

Concedasi, che due linee diritte non possono conchiudere alcuna superficie.

Le concettioni dello animo, quanto ad Euclide, sono otto: ma due solamente son quelle, delle quali ci habbiamo da seruire.

Concetto dello animo I.

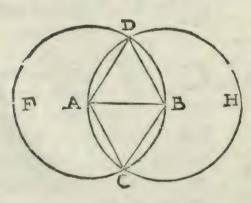
Quelle cose, che sono uguali ad una, & medesima cosa, sono ancora fra loro uguali.

Concetto II.

Se si aggiungon cose uguali alle uguali, ogni cosa sarà uguale.

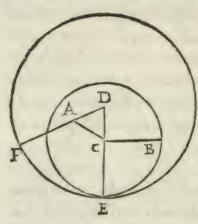
Concetto VIII. del 1. di Euclide.

Se alcuna cosa si porrà sopra di un'altra, & si applicherà a quella, & l'una non auanzerà l'altra, elle saranno fra loro uguali.

Proposta prima del primo libro di Euclide.

Stabilire un triangolo di lati uguali, sopra una linea diritta propostaci. Sia la proposta la linea diritta A B, *sopra della quale io uoglio stabilire un triãgolo di lati uguali. Pongasi un piè delle seste sopra una de le sue*

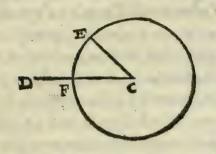
le ſue teſte, cioè nel punto A: & *con l'altro giriſi un cerchio, per quãto è la lunghezza di detta linea, che paſſerà per il punto* B, *come ne inſegnò la ſeconda dimanda: ilqual cerchio ſarà* C B D F: *dpoi facciſi centro del punto* B, & *giriſi uno altro cerchio, il quale ſarà* C A D H: *queſti duoi cerchi ſi interſecheranno in duoi lati, cioè nel punto* C, & *nel punto* D: *da una delle quali interſecatione, cioè dal* D, *tirerò due linee* D A, & D B, *ſecondo la regola della prima dimanda. Hora perche dal punto* A, *che è centro del cerchio* C B D, *ſi ſon tirate le linee* A D, & A B, *ſino alla ſua circunferentia, eſſe ſaranno di neceſſità uguali, mediãte la diffinitione del cerchio, la quale dice. Il cerchio è una figura piana, fatta da una linea, che ſi chiama Circunferentia; nel mezo della quale è un punto, dal quale tutte le linee diritte, che ſi partono, & uanno ſino alla circunferentia, ſono uguali l'una all'altra: & il ſuo punto del mezo ſi chiama cẽtro. Similmente ancora perche dal punto* B, *che è centro del cerchio* C A D, *ſi ſon tirate le linee* B A, & B D, *inſino alla ſua circunferentia, elle ſaranno uguali; Et perche l'una & l'altra, cioè* A D, & B D, *è di per sè uguale alla linea* A B, *come ſi è già prouato, ſaranno ancora infra di loro ugnali, mediante la regola della prima concettione, o vogliamo dirla concetto dello animo. Perilche habbiamo in queſto modo collocato, o ſtabilito, ſopra la propoſtaci linea diritta un triangolo di lati uguali, come ci fu propoſto.*

Propoſta ſeconda di Euclide.

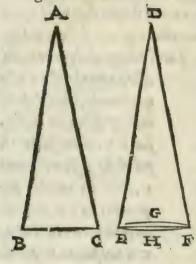
T*Irare da un dato punto intorno a una linea diritta propoſtaci, una linea diritta che le ſia uguale. Sia il dato punto* A, & B C *la linea propoſtaci, ſe noi vorremo dal punto* A *tirare una linea uguale alla* B C, *da qual ſi uoglia parte che ci occorra, tiriſi una linea, che congiunga la* A *con quella teſta della* B C, *che ci occorrerà*

piu opportuna; ma dicasi, che la congiugnamo con la testa C, *& che questa linea sia* A C: *faccisi poi sopra di questa linea* A C *un triãgolo di lati uguale, come nella passata proposta si è detto, il qual sarà* A C D. *Pongasi dipoi un piè fermo delle seste nella testa della data linea* C, *& tirisi un cerchio per quanto è detta linea, il qual cerchio sarà* E B: *dipoi allunghisi il lato del triãgolo, che è rincontro al dato punto, dal cẽtro di questo cerchio per insino alla sua circunferentia, talche la linea così tirata sia tutta* D C E: *faccisi poi secondo la lunghezza di questa linea vn'altro cerchio fatto cẽtro del* D, *il qual cerchio sarà* E F, *& tirisi poi il lato* D A *per insino alla circunferentia di questo ultimo cerchio al punto* F: *dico adunque, che* A F *è uguale alla* B C; *conciosia che* B C, *&* C E, *sono uguali, come quelle che si partono dal centro del cerchio* E B, *& vanno insino alla sua circunferentia. Similmente ancora* D F, *&* D E, *sono uguali; perche partendosi dal centro del cerchio* E F, *vanno per insino alla sua circunferentia. Dipoi considerisi; che* D A, *&* D C, *sono vguali, conciosia che ei sono lati di un triangolo, che è di lati uguali. Perilche se la* D A, *& la* D C, *si torranno via dalla* D E, *& dalla* D F, *che sono uguali, quelle che rimarranno, che saranno* A F, *&* C E, *saranno ancora esse uguali. Et perche l'una, & l'altra, cioè* A F, *&* C B, *è di per se uguale alla* C E; *è di necessità, che sieno ancora uguali infra di loro. Per la qual cosa si vede, che noi habbiam tirata dal punto* A *una linea* A F *vguale alla* B C, *come ci fu proposto.*

Proposta

Propoſta terza.

PRopoſteci due linee diſuguali, tagliare la piu lunga di eſſe, tanto, che ella diuenti uguale alla piu corta. Siano due linee A B, *et* C D, *& ſia la* A B *la minore, ſe noi uorremo tagliare della* C D, *tanto, che ella diuenti uguale alla* A B. *Tiriſi prima dal punto* C, *vn' altra uguale alla* A B, *in quel modo, che ſi è detto nella paſſata, la quale ſia* C E: *dipoi poſto vn piè delle ſeſte nel punto* C, *tiriſi un cerchio per quanto è la* C E, *il quale interſecherà la linea* C D *nel punto* F: *per il che la linea* C F *ſarà uguale alla* C E. *Conciosia che partendoſi amẽdue da un medeſimo centro, vanno per inſino alla circunferentia di vn medeſimo cerchio. Oltra di queſto, perche l'vna, & l'altra, cioè* A B, *et* F C, *ſono uguali alla* C E; *è di neceſſità, che elle ſiano ancora uguali infra di loro, che è quello ci era propoſto.*

Propoſta quarta.

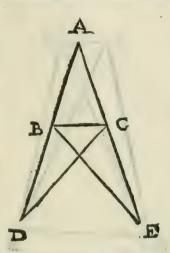
DI quali ſi uogliono duoi triãgoli, l'un de quali habbi duoi de ſuoi lati, uguali a duoi lati dell' altro; et che i duoi angoli cauſati da lati uguali, ſiano fra loro uguali; è di neceſſità, che gli altri lati, che ſi riſguardano, ſiano fra loro uguali, et che gli altri duoi angoli del uno ſiano uguali a duoi angoli dell' altro; et che tutto il triãgolo finalmente ſia uguale all' altro triãgolo. Siano duoi triãgoli A B C, *et* D E F, *et il lato* A B *ſia uguale al lato* D E, *et il lato* A C *al lato* D F, *et lo angolo* A *all' angolo* D, *diceſi; che la baſa* B C *è uguale alla baſa* E F, *et l' angolo* B, *all' angolo* E, *et l' angolo* C *all' angolo* F,

ilche si proua in questo modo. Pongasi il triangolo A B C *sopra il triangolo* D E F, *in modo che l'angolo* A *caschi su l'angolo* D, *& il*

lato A B *sopra il lato* D E, *& il lato* A C. *sopra il* D F; *egli è manifesto secondo lo ottauo cõcetto, che ne gli angoli, ne i lati, non si auãzano l'un l'altro; perche l'angolo* A *è uguale a l'angolo* D, *& i lati soprapositi a quelli che li son sotto: per le cose dette adunque i punti* B C *cadrãno sopra i punti* E F. *Se adunque la linea* B C *cade sopra la linea* E F, *egli è chiaro quel che cercauamo: perche quando la linea* B C *posta sopra la* E F, *non auanza, & non è auanzata da lei, ella le sarà uguale secondo lo ottauo concetto, Per la medesima ragione sarà lo angolo* B *uguale allo angolo* E, *& l'angolo* C *uguale allo* F. *Ma se la linea* B C *non cadessi sopra la linea* E F, *ma cadessi dentro al triãgolo, come la* E G F, *o fuori, come* E H F; *auuerrebbe, che due linee diritte serrerebbono all'hora vna superficie, il che è impossibile, seconda la quinta dimanda di Euclide.*

Proposta quinta.

D*I ogni triãgolo, che habbi duoi lati uguali, è di necessità, che gli angoli, che sono sopra la basa, sieno uguali; et se i suoi lati uguali si tirerãno oltre a dilũgo, causerãno ancor sotto la basa angoli fra loro uguali. Sia il triangolo* A B C, *che habbi duoi lati uguali, cioè lo* A B *uguale allo* A C; *dicesi, che l'angolo* A B C *è uguale allo* A C B: *& se si allungheranno* A B, *&* A C. *per insino al* D, *& alla* E, *si farà lo angolo* D B C *uguale all'angolo* E C B: *ilche si proua in questo*

modo.

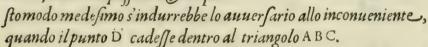
modo. Tirinsi oltre le A B, *&* A C, *& pongasi per terza la* A D *vguale alla* A E; *& tirinsi le linee* E B, *&* D C; *& perciò intendinsi duoi triangoli* A B E, *&* A C D: *i quali si prouerrà, che sono vguali, & di lati, et di angoli. Cõciosia che i duoi lati* A B, *&* A E, *del triangolo,* A B E, *sono uguali a duoi lati* A C, *et* A D, *del triangolo* A C D; *& l'angolo* A, *è comune all'uno, & all'altro: perilche, secondo la quarta, la basa* B E, *è uguale alla basa* C D, *& lo angolo* A B E *è uguale all'angolo* A C D. *Intendinsi medesimamente duoi triangoli* D B C, *&* E C B, *i quali si prouerrà medesimamente,*

che sono & di lati & di angoli uguali. Conciosia che i duoi lati D B, *&* D C, *del triangolo* B D C, *sono uguali a duoi lati* E C, *&* E B, *del triangolo* E B C; *& lo angolo* D, *è uguale all'angolo* E: *perilche secondo la quarta, la basa alla basa, & gli altri angoli a gli altri angoli, perilche lo angolo* D B C, *è uguale all'angolo* E C B: *ilche è quel che fa a nostro proposito, che gli angoli, cioè sotto la basa, sono vguali. Oltra di questo, lo angolo* B C D *è uguale all'angolo* E C B, *& tutto lo angolo* A B E *è uguale allo angolo* A C D, *come si proua di sopra: perilche l'altro angolo* A B C *è uguale all'altro* A C B, *l'uno & l'altro de quali è sopra la basa: ilche è quello, che si cercaua.*

Proposta settima.

S*E da duoi pũti, che terminano alcuna linea, vsciranno duoi linee che si vadino a congiugnere insieme in un pũto, egli è impossibile tirare verso la medesima bãda da medesimi punti due altre linee*

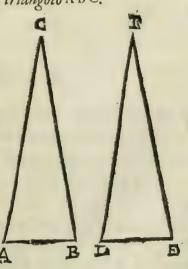
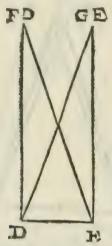
ſimili, che ſi vadino a congiugnere in un'altro punto. Sia la linea A B, *dalle teſte della quale tirinſi inuerſo vna delle bande due linee talmente, che ſi uadino a cogiugnere inſieme in un medeſimo punto, cioè* A C, *&* B C, *che ſi congiunghino nel punto* C: *diceſi, che uerſo queſta medeſima banda non ſi poſſono tirare due linee da quelle teſte medeſime, che vadino a congiugnerſi in un altro punto; talmente che quella che eſce dal punto* A, *ſia uguale alla* A C; *&* *quella che eſce dal punto* B, *ſia uguale alla* B C. *Seruaci per eſempio dello impoſſibile, & tirinſi dua altre linee dalla medeſima parte, le quali ſi congiunghino nel punto* D, *& dicaſi, che la linea* A D *ſia uguale alla* A C, *& la* B D *ſia uguale alla* B C; *ei ci auerrà, che il punto* D *ſarà, o dentro, o fuori al triangolo, conciosia che in vno de lati non può cadere; percioche ſe queſto fuſſi, la parte ſarebbe uguale al tutto: ma ſe ei cadrà fuori del triangolo, o vna delle linee* A D, *&* B D, *interſecherà una delle linee* A C, *&* B C, *o neſſuna di queſte vltime non interſecherà alcuna delle prime: ma diaſi prima lo eſempio, che l'una interſechi l'altra, & tiriſi la linea* C D: *adunque perche i duoi lati del triangolo* A C D, *cioè* A C, *&* A D, *ſono uguali; lo angolo* A C D, *ſarà uguale all'angolo* A D C, *ſecondo la quinta. Et ſimilmente perche i duoi lati* B C, *&* B D, *del triangolo* B C D, *ſono uguali, gli angoli* B C D, *&* B D C; *ſaranno, ſecondo la medeſima, ancora uguali. Et perche lo angolo* B D C *è maggiore dell'angolo* A D C, *ne ſeguita, che lo angolo* B C D *ſia maggiore dell'angolo* A C D, *la parte, cioè maggiore del*

re del tutto, ilche è impoſſibile. Ma ſe nel cadere il D *fuori del triangolo* A B C, *non ſi interſecherà alcuna linea, tiriſi la* D C, *&* *allunghinſi* B D, *&* B C, *ſotto la baſa ſino alla* E, *&* F: *percioche le linee* A D, *&* A C, *ſono uguali, ſaranno ancora gli angoli* A C D, *&* A D C, *per la quinta, uguali. Et ſimilmente perche* B C, *&* B D, *ſono uguali, gli angoli ancora ſotto la baſa* C D F, *&* D C E, *ſaranno per la ſeconda parte della detta uguali. Et perche lo angolo* E C D *è minore dello angolo* A C D, *ne ſeguita lo angolo* F D C *eſſer minore dell'angolo* A D C, *ilche è impoſſibile: & in que*

ſto modo medeſimo s'indurrebbe lo auuerſario allo inconueniente, quando il punto D *cadeſſe dentro al triangolo* A B C.

Propoſta ottaua.

D*I quali ſi voglino duoi triangoli, de quali i duoi lati dell'uno ſiano uguali a duoi lati dell'altro, & la baſa dell'uno ſia uguale alla baſa dell'altro; è di neceſſità, che i duoi angoli cauſati da lati uguali, ſieno ancor eſſi uguali.*

Siano duoi triangoli A B C, *&* D E F, *& lo* A C *ſia uguale al* D F,

& il

& il B C *uguale allo* E F, *& lo* A B *al* D E, *dicesi lo angolo* C *esser uguale all'angolo* F, *& l'angolo* A *all'angolo* D, *& l'angolo* B *all'angolo* E. *Mettasi la basa* A B *sopra la basa* D E, *le quali essendo uguali non auanzeranno l'una l'altra, secondo lo ottauo concetto dell'animo; & il punto* C *cadrà sopra il punto* F, *o no: se ei ui cadrà, perche l'angolo* C *posto sopra l'angolo* F, *non auanza, & non è auanzato, ei sono infra di loro uguali, secondo il concetto ottauo: & il medesimo si potrà dire de gli altri angoli. Ma se il punto* C *non cadrà sopra il punto* F, *ma sopra qual si voglia altro, come sarebbe il* G: *perche la* E G *è uguale al* B C, *anzi la medesima; sarà medesimamente* D G *uguale al* A C, *&* E G *al* E F, *&* D G *al* D F, *ilche secondo la settima è impossibile.*

Proposta. XI.

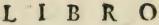
Come, data vna linea diritta, si possa sopra di essa tirare da un suo determinato punto vna linea a piombo, la quale causi da amendue le bande duoi angoli a squadra, & uguali.

Sia la data linea A B, *nella quale sia determinato il punto* C, *al quale ci bisogni tirare una linea a piombo. Faccisi la linea* B C, *mediante la terza proposta, uguale alla* A C, *& sopra tutta la* A B *faccisi vn triangolo di lati uguali, che sia* A B D, *& da esso si tiri la linea* C D; *dico che ella è a piombo sopra la* A B: *considerisi, che ei sono*

duoi

duoi triangoli, A C D, *&* B C D *: perche dunque i duoi lati* A C, *&* C D, *del triangolo* A C D, *ſono uguali a duoi lati* C B, *&* C D, *del triangolo* C B D; *& la baſa* A D, *alla baſa* B D; *ſarà, mediante la ottaua, lo angolo* A C D, *uguale allo angolo* B C D *: perilche l'uno & l'altro ſarà retto, ſecondo la diffinitione dell'angolo retto; & la linea* C D *ſarà a piombo ſopra la* A B, *ſeconda la diffinitione della linea a piombo che dice: la linea a piombo è quella, che ſta ſopra ad una linea, ſopra della quale ella è poſta, & che da ogni banda fa angoli retti : ſi che habbiamo prouato quello ci eramo propoſto.*

Propoſitione XIII.

I *Duoi angoli da amendue le bande di qual ſi voglia linea diritta, che caſchi ſopra vna altra linea diritta, ſono, o retti, o uguali a duoi retti. Sia che la linea diritta* A B, *caſchi ſopra la linea diritta* C D, *diceſi che, ſe ella vi cadrà ſu a piombo, cauſerà duoi angoli a ſquadra, ſecondo la diffinitione della linea a piombo già detta. Ma ſe ella non vi cadrà ſopra a piombo, tiriſi dal punto* B *la* B E *a piombo ſopra la* C D, *ſecondo la vndecima; & ſaranno i duoi angoli* E B C, *&* E B D, *retti ſecondo la diffinitione: perche adunque i duoi angoli* D B A, *&* A B E, *ſon uguali all'angolo* D B E, *ei ſaranno con l'angolo* C B E, *uguali a duoi retti. Perilche i tre angoli* D B A, A B E, *&* C B E, *ſono uguali a duoi retti. Et perche lo angolo*

golo C B A, è uguale a duoi angoli C B E, & E B A, i duoi angoli adunque C B A, & A B D, sono uguali a duoi retti, che è quello ci fu proposto: perilche è manifesto, che ogni spazio, che si troua in qual si voglia superficie piana intorno a qual si voglia punto, è uguale a quattro angoli retti.

Proposta XIIII.

SE due linee si partiranno da un punto di una linea, & andranno in parti contrarie, & farãno intorno a loro angoli retti, o duoi simili a duoi retti; egli è di necessità, che le sieno congiunte insieme, & diuentate una linea sola. Auuenga che dal punto B, della linea A B, eschino due linee una in quà, & l'altra in là, che sieno B C, & B D; & causino duoi angoli, come C B A, & D B A, uguali a duoi retti: dicesi che le linee C B, & D B, sono ad una dirittura, & in un filo, cioè diuentate una linea sola: & questa è la contraria della passata. Et se ci fusse detto, che non fusse vero tiri questo tale la C B a dirittura, & a dilũgo: laquale se nõ sarà una medesima con la D B, o ella le passerà di sopra come la B E, ouero di sotto come la B F, perche adũque la linea

la linea A B *cade ſopra la linea diritta* C B E, *gli angoli* C B A, & E B A *ſaranno uguali ſecondo la paſſata a duoi retti: & perche tutti gli angoli retti ſono ſcambieuolmente uguali, ſecondo la terza dimanda; gli angoli ancora* C B A, & D B A, *ſono uguali a duoi retti: & per le ragion dette, ſaranno i dua angoli* C B A, & F B A, *uguali a dua angoli* C B A, & D B A: *adunque tolto via lo angolo comune* C B A, *ſarà lo angolo* E B A *uguale al'angolo* D B A, *la parte al ſuo tutto, ilche è impoſſibile. Similmente per la linea* C B, *tirata a lungo, ſi prouerrà l'angolo* D B A *eſſere uguale all'angolo* F B A, *ſe perauuentura lo auuerſario diceſſe, che la linea* C B *tirata a dilungo cadeſſe ſotto la* B D.

Propoſta XV.

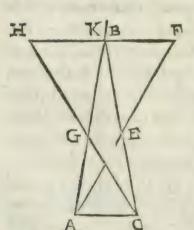
D*I quali ſi voglino due linee, che ſi interſechino inſieme, tutti gli angoli, che le cauſano, contrari l'uno a l'altro, cioè di rincontro ſono uguali. Onde è manifeſto, che due linee dritte, che ſi interſechino ſcambieuolmente l'una l'altra, cauſano angoli uguali a quattro retti. Siano due linee* A B, & C D, *che ſi interſechino l'una l'altra nel punto* E; *dico, che lo angolo* D E B *è uguale all'angolo* A E C, & *che lo angolo* B E C *è uguale al'angolo* A E D; & *ſecondo la terzadecima, i duoi angoli* A E C, & C E B, *ſaranno uguali a duoi retti. Et i duoi angoli ancora* C E B, & D E B, *per la medeſima ſono uguali a duoi retti: perilche i duoi primi ſono uguali a duoi vltimi, percioche tutti*

A C E D B

i retti

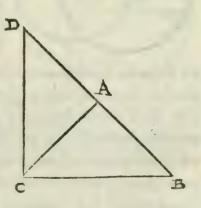
i retti ſono fra loro ſcambieuolmente uguali, ſecondo la terza dimanda: tolto adunque via lo angolo comune, che è il C F B, *lo angolo* A E C *ſarà uguale all'angolo* D E B. *Et nel medeſimo modo ſi prouerà, lo angolo* C E B, *eſſer uguale all'angolo* A E D, *che è quel che ci eramo propoſto.*

Propoſta XVI.

SE qual ſi voglia lato di un triangolo ſi tirerà diritto a dilungo, cauſerà lo angolo di fuori maggiore, che l'uno & l'altro angolo del triangolo, che di dentro li è a rincontro. Occorra, che il lato A B *del triangolo* A B C, *ſi tiri a dilungo ſino al* D, *diceſi, che lo angolo* D B C *è maggiore dell'uno & dell'altro de duoi angoli di dẽtro, che li ſono dirincontro, che ſono* B A C, & B C A: *concioſia che diuiderdoſi la linea* C B, *nel punto* E *in due parti uguali, tirandoſi* A E *inſino a* F, *talche* E F *ſia uguale alla* A E, *& tirãdoſi ancora la* F B. *ſi potranno intẽdere duoi triãgoli* C E A, & B E F. *Et perche i duoi lati,* A E, & E C, *del triangolo* A E C, *ſono uguali a duoi lati,* F E, & E B, *del triangolo* F E B, & *lo angolo* E *dell'uno, è uguale all'angolo* E *dell'altro, ſecondo quel ſi è detto perche ei ſono angoli poſti contro l'un l'altro; ſarà lo angolo* E C A, *ſecondo la quarta, uguale all'angolo* E B F. *Et però lo angolo* E B D, *ſarà maggiore dello angolo* B C A: *Prouerraſſi ancora per la medeſima ragione, che egli è maggiore dell'angolo*

C A B.

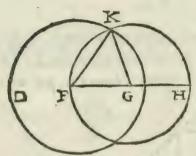
C A B. *Imperoche diuidasi* A B *cno unpunto in due parti uguali al punto* G, *secondo la decima; & tirisi oltre la* G H, *uguale alla* C G, *secondo la terza. Tirisi dipoi* H B K, *& saranno i duoi lati,* A G, *&* G C, *del primo de duoi triangoli* A G C, *&* B G H, *uguali a duoi lati* B G, *&* G H, *del altro; & lo angolo* G *dell'uno, all'angolo* G *dell'altro, secondo la quintadecima: adunque per la quarta, lo angolo* G A C *è uguale all'angolo* G B H: *perilche secondo la quintadecima, all'angolo ancora* K B D. *Et perche lo angolo* C B D *è maggiore dell'angolo* K B D, *sarà ancora maggiore dell'angolo* B A C, *che è quello, che cercauamo.*

Proposta XX.

I *Duoi lati di qual si voglia triangolo congiunti insieme son maggiori dell'altro. Sia il triangolo* A B C, *dico che i duoi lati,* A B, *&* A C, *sono piu lunghi del lato* B C: *allunghisi la linea* B A, *per insino al* D, *talmente che la* A D *sia uguale alla* A C, *& tirisi* C D: *secondo la quinta, lo angolo* A C D *sarà uguale all'angolo* D: *perilche lo angolo* B C D, *è maggiore dell'angolo* D. *Adunque per la diciottesima, che si dice (il lato piu lungo di qual si uoglia triangolo è posto rincontro all'angolo maggiore) il lato* B D *è maggiore del lato* B C: *ma*

B D *è uguale ad* A B, *&* A C. *perilche* B A, *&* A E, *congiunti insieme, sono maggiori del lato* B C, *che fu quello, che da principio ci proponemmo.*

Proposta

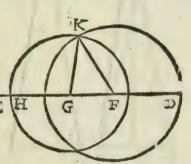
Proposta XXII.

D*Ato che ci siano proposte tre linee diritte, due delle quali, & siano quali si voglino, congiunte insieme, siano piu lunghe, che l'altra, come si possa stabilire vn triangolo di tre altre linee simili a quelle. Sianoci proposte tre linee diritte* A B C, *& siano due di loro, quali si voglino, congiunte insieme piu lunghe che l'altra. Percioche sarebbe impossibile fare di quelle tre linee uguali un triangolo, secondo la uentesima. Quando adunque noi vorremo stabilire un triangolo delle tre dette linee, piglisi una linea diritta, che sia* D E, *allaquale dalla parte* E *non si assegna fine determinato: di questa poi piglisi, secondo la terza proposta, la* D F *uguale alla* A, & F G *uguale al* B, & G H *uguale al* C: & *fatto centro del punto* F, *tirisi un cerchio per quanto è la* F D, *che sia* D K.

Et dipoi fatto centro del G, *faccisi per quanto è la* G H, *il cerchio* K H, *che si intersecheranno in duoi punti, che vno sarà* K: *altrimenti ne seguirebbe, che una delle dette linee fusse uguale all'altre due congiunte insieme, o maggiori di esse, che è il contrario di quel ci siamo proposto. Tirinsi adunque* K F, & K G, & *sarà fatto il triangolo* K F G, *di tre linee uguali alle proposteci* A B C; *perche* F D, & F K, *sono uguali, conciosia che le uanno dal lor centro alla circunferentia; perilche* F K *è uguale alla* A, & G H, & G K, *sono uguali, perche le vanno dal centro alla circunferentia;*

perilche

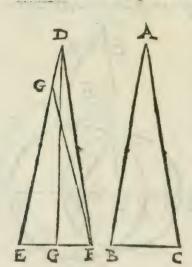
perilche G K *è uguale al* C. *Et perche* G F *fu presa uguale al* B, *è manifesto quel che cercauamo.*

Proposta XXIII.

COme propostaci una linea diritta, si possa sopra uno de suoi termini stabilire un'angolo uguale a qual altro si uoglia propostoci angolo. Sia la proposta linea F E, *& le linee che fanno l'angolo propostoci, siano* B A, *sotto alquale angolo tirisi la basa* C, *& vorrei sopra il punto* F *della linea* E F, *si facesse un'angolo uguale al propostoci. Aggiunghisi alla* E F *la* F D, *uguale alla* A, *et della* F E *piglisi la* F G *uguale al* B, *& di* G E, *piglisi* G H *uguale al* C. *Et se da punti* F G, *si tirino duo cerchi* D K, *&* K H, *per quanto son la* F D, *&* G H, *che si interserecheranno nel punto* K, *come si insegnò nella passata; & tirate le linee* K F, *&* K G, *i duoi lati* K F, *&* F G, *del triangolo* K F G, *saranno*

uguali a duoi lati A, *&* B, *del triangolo* A B C, *& la basa* G K *sarà uguale alla basa* C: *adunque, secondo la ottaua, lo angolo* K F G *sarà uguale all'angolo, che fanno la* A, *& il* B, *che è quel che cercauamo.*

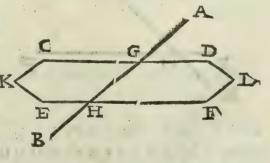
Proposta. XXVI.

DI quali si uoglino duoi triangoli, de quali i duoi angoli dell'uno saranno uguali a duoi angoli dell'altro, ciascun però a quel che

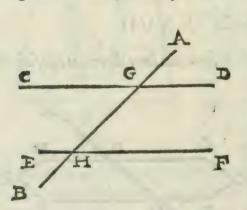
li è a rincontro, & il lato ancora dell'uno uguale al lato dell'altro, et sia qual si voglia infra i duoi angoli uguali, o rincõtro ad uno di loro; saranno ancora gli altri duoi lati dell'uno uguali a gli altri duoi lati dell'altro, & ciascuno però ugualmẽte a quel che li è a rincontro, et l'altro angolo dell'uno sarà uguale all'altro angolo dell'altro. Siano duoi triangoli A B C, *&* D E F, *& lo angolo* B *sia uguale a l'angolo* E, *& lo angolo* C *uguale all'angolo* F, *et sia il lato* B C *uguale al lato* E F, *o uno de gli altri duoi lati* A B, *et* A C, *uguale all'altro de duoi lati* D E, *&* D F; *talmente che* A B *sia uguale al* D E, *o* A C *al* D F: *dicesi che gli altri duoi lati dell'uno saranno uguali a gli altri duoi lati dell'altro, et che l'altro angolo sarà uguale all'altro angolo, cio è* A *a* D. *Pongasi priemieramẽte, che il lato* B C, *sopra il quale sono adiacere gli angoli* B C, *sia uguale al lato* E F, *sopra del quale giaciono gli angoli* E F, *quali si disse, che erano uguali all'angoli* B C. *Io dirò all'hora che il lato* A B *è uguale al lato* D E, *& il lato* A C *ad* D F, *& l'angolo* A *ad* D. *Et se il lato* A B *non sarà uguale al lato* D E, *l'uno de suoi sarà maggiore. Ponghiamo che sia maggiore il* D E, *ilquale taglisi alla grandezza, et ugualità di* A B, *& sia per via di dire* G E *uguale ad* A B, *& tirisi oltre la linea* G F; *& sarà, secondo la quarta, lo angolo* G F E *uguale all'angolo* A C B; *perilche sarà ancora al* D F E C, *cioè la parte al tutto, il che è impossibile. Sarà adunque* D E *uguale alla* A B; *adunque, per la quarta,* D F *sarà uguale al* A C, *& l'angolo* D *all'angolo* A,

lo A,*che è il primo mẽbro della propoſtaci diuiſione. Siano di nuouo duoi angoli come prima,* B,*&* C,*uguali a dua angoli* E,*&* F,*& ſia il lato* A B,*che è rincontro all'angolo* C,*uguale al lato* D E,*che è rincontro all'angolo* F,*uguale al quale dicemmo che era lo angolo* C:*dico che il lato* B C *ſarà uguale al lato* E F, *& il lato* A C *al lato* D F, *& lo angolo* A *all'angolo* D: *che ſe il lato* E F *non fuſſe uguale al lato* BC,*ſarà uno de duoi maggiore. Pongaſi che ſia maggiore* E F, *& che* E G *ſia uguale al* B C,*& tiriſi la linea* D G; *ſarà,p la quarta, lo angolo* D G E *uguale all'angolo* A C B,*perilche all'angolo ancora* D F E, *cioè il di fuori a quel di dentro, ilche è impoſſibile mediante la ſediceſima:perilche la* E F *ſarà uguale alla* B C:*adunque per la quarta,il lato* D F *ſarà uguale al lato* A C, *& lo angolo* D *all'angolo* A,*che è il ſecondo membro della propoſtaci diuiſione: là onde il tutto ci è manifeſto.*

Propoſta XXVII.

SE una linea diritta cadrà ſopra due linee diritte,et cauſerà doi angoli corriſpõdentiſi che ſieno fra loro ugnali quelle due line ſaranno fra loro parallele.

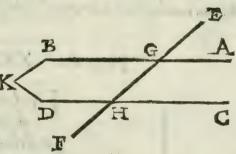
Auuenga, che la linea A B,*caſchi ſu le due* C D, *&* E F ,*et interſechi la* C D *nel punto* G, *et la* E F *nel punto* H, *et ſia lo angolo* D G H,*uguale all'angolo* E H G: *diceſi, che le linee* CD, *et* E F,*ſono parallele:et ſe elle non ſaranno, andranno a congiugnerſi inſieme,*

si insieme, dalla parte C E, *al punto* K; *o dalla parte* D F, *al punto* L: *& in qual si voglia modo accadrà lo impossibile secondo la sestadecima, cioè, che l'angolo di fuori sia uguale all'angolo di dentro: conciosia che vno di detti corrispondentisi, che si è detto, che sono uguali, sarà di fuori, & l'altro di dentro. Adunque perche egli è impossibile, che elle si vadino ad vnire insieme da alcuna delle bande, saranno veramente secondo la diffinitione parallele, che è quel che ci eramo proposto.*

Proposta XXVIII.

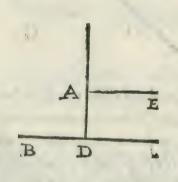
SE vna linea diritta cadrà sopra due linee diritte, et l'angolo suo di dentro sarà uguale all'angolo di fuori, che gli è a rincontro, o i duoi angoli di dentro da vna banda saranno uguali a dua angoli retti, quelle due linee saranno parallele. Sia vna linea AB, *che intersechi le due linee* C D, *&* E F, *ne punti* G, *&* H, *et l'angolo* G *di fuori, sia uguale all'angolo* H *di dentro, che gli è a rincontro, preso dalla medesima banda; ouero i duoi angoli* G, *&* H, *di dentro presi dalla medesima bãda sieno uguali a duoi retti: dicesi le due linee* C D, *&* E F, *essere parallele: sia primieramente lo angolo* D G A *uguale allo* F H G, *& sarà l'angolo* C G H, *secõdo la quindicesima, uguale al medesimo angolo* F H G. *perilche, secondo la uentisettesima,* C D, *&* E F, *sono parallele. Siano ancora*

i duoi

i duoi angoli D G H, & F H G, *uguali a duoi retti; & perche per la tredicesima i duoi angoli* D G H, & C G H, *sono similmente uguali a duoi retti, lo angolo* C G H *sarà uguale all'angolo* F H: *la onde per la passata* C D, & E F, *sarãno parallele, che è quello, che cercauamo.*

Proposta XXIX.

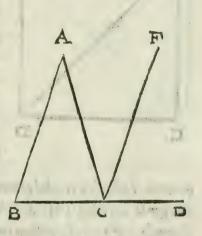
SE una linea cadrà sopra due linee parallele, i duoi angoli respettiuamente corrispondentisi, saranno fra loro uguali, & lo angolo di fuori sarà uguale all'angolo di dentro, che li è dirincontro; & i duoi angoli di dentro dall'una parte, & dalla altra, sarãno uguali a duoi retti. Siano due linee A B, *et* C D *parallele, sopra le quali caschi la linea* E F, *che le intersechi ne punti* G, & H, *dico tre cose: la prima, che gli angoli* G, & H, *corrispondentisi, sono uguali: secondariamente, che lo angolo* G *di fuori è uguale a l'angolo* H *di dẽtro postoli a rincontro, & preso dalla medesima banda; & per terza, dico, che gli angoli*

G, & H, *di dentro presi da una medesima banda, sono uguali a duoi retti, che è la contraria delle due passate. Et che ciò sia primieramẽte uero, si uede in questo modo. Se lo angolo* B G H *non fusse uguale all'angolo* C H G, *uno di loro è forza che fusse maggiore dell'altro: pongasi, che* C H G *sia maggiore: & perche i duoi angoli* C H G, & G H D, *sono uguali a duoi retti, secondo la già allegata tredicesima i duoi angoli* B G H, & D H G *sarãno minori di duoi retti: adunque*

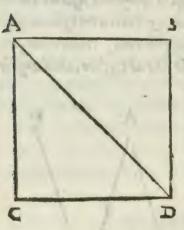
Per la quarta dimanda, se le due linee A B, *&* C D, *si tireranno oltre si congiugneranno insieme nelle parti* B, *&* D, *a qualche punto, come è al* K, *& non saranno adunque secondo la loro diffinitione parallele, che sarà contro al propostoci argomento: & perche questo è impossibile, saranno i duoi angoli corrispondenti si* B G H, *&* C H G *uguali, che è quel che da prima ci proponemmo. Da questo è manifesto quel che secondariamente si disse: percioche lo angolo* B G H, *secondo la quintadecima; è uguale all'angolo* A G E *perilche lo angolo* A G E *sarà uguale all'angolo* C H G, *il di fuori cioè a quel di dentro, che fu la seconda cosa che ci proponemmo; da questo di nuovo si vede manifesto quel che occorra dire per la terza cosa; conciosia che, secondo la tredicesima, i duoi angoli* A G E, *&* A G H, *sono uguali a duoi retti, adunque i duoi angoli* A G H, *&* C H G *saranno ancor essi uguali a duoi retti: che sono i duoi di dentro presi da la medesima banda, che è la terza cosa, che si propose.*

Proposta. XXXI.

D*A un punto propostoci fuori di una linea, tirare una linea parallela alla già propostaci linea. Il punto propostoci fuori di una linea si intende, quando tirando una linea da amendue le bande non passa per esso. Sia il punto* A *propostoci fuori della linea* B C, *dal quale bisogni tirare una parallela alla* B C, *tirisi la linea* A D, *in qualunque modo occorra sopra il punto* A, *che è la estremità della linea* A D, *& faccisi lo angolo* E A D, *secondo la*

do la ventitreesima, uguale all'angolo B D A, *suo corrispondente*, *& sarà* A E *parallela alla* B C, *per la ventisettesima, che è quello ci proponemmo.*

Proposta XXXII.

OGni angolo di fuori di qual si uoglia triãgolo è uguale a duoi angoli di dentro postoli a rincontro, & tutti a tre i suoi angoli è di necessità che sieno uguali a dua angoli retti. Sia il triangolo A B C, *il lato* B C *del quale si prolunghi sino al* D; *dico, che l'angolo* C, *di fuori è uguale a duoi angoli di dentro* A, & B, *postoli a rincontro congiunti insieme; & che i tre angoli del triangolo* A B C, *congiunti insieme, sono uguali a duoi retti. Io prolũgherò dal punto* C *il lato* C F *parallelo ad* A B, & *lo angolo* F C A *sarà uguale all'angolo* A, *conciosia che sono corrispondentisi, secondo la prima parte della ventinouesima. Et lo angolo* F C D *di fuori, è uguale all'angolo* B *di dentro, secondo la seconda parte della uentinouesima: perilche tutto la* A C D *di fuori è uguale a duoi angoli di dentro* A, & B, *che li sono a rincõtro, che è quanto alla prima cosa detta di sopra. Et perche i duoi angoli* A C B, & A C D, *sono uguali a duoi retti secondo la tredicesima, saranno i tre angoli* A B C *di dentro uguali a duoi retti, che è quel che secondariamente ci occorreua.*

Proposta XXXIII.

SE nelle teste, ouero alle estremità di due linee parallele, et grandi a un modo, si applicheranno due altre linee, elle saranno ancora parallele, & uguali. Siano due linee A B, *&* C D, *uguali, &) parallele, le teste delle quali si congiunghino insieme con le linee* A C, *&)* B D; *dicesi, che le sono uguali, &) parallele. Percioche tirisi la linea schianciana* A D: *adunque, perche le linee* A B, *&* C D, *sono parallele, l'angolo* B A D *sarà uguale all'angolo* A D C, *secondo la prima parte della uentinouesima: perilche i duoi lati* A B, *&* A D, *del triangolo* A B D, *saranno uguali a duoi lati* D C, *&* D A, *del triangolo* D C A. *Et lo angolo* A *del primo, sarà uguale all'angolo* D *del secondo: adunque per la quarta, la basa* B D, *del primo, è uguale alla basa* A C *del secondo, & lo angolo* A B D *del primo, è uguale all'angolo* D A C *del secondo. Et perche ei sono corrispondentisi, cioè l'un come l'altro, le linee* B D, *&)* A C, *saranno, mediante la uentisettesima parallele perilche essendosi di sopra prouato, che elle sono anco uguali, è chiaro quel che cercauamo.*

Proposta XXXIIII.

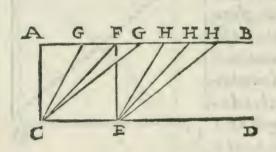
OGni superficie fatta di lati paralleli, ha le linee, et gli angoli di ricōtro uguali, diuidēdola un diametro, o schiāciana p mezo.

Sia

Sia la ſuperficie ABCD *fatta di lati paralleli, talche la linea* AB *ſia parimente lontana dalla* CD, *&* AC, *dalla* BD *diceſi, che le due linee* AB, *&* CD, *& le due altre ancora* AC *&* BD, *ſono vguali. Et ſimilmente ſi dice l'angolo* A *eſſere uguale all'angolo* D, *& l'angolo* B *all'angolo* C. *Tiriſi la ſchianciana* AD, *la quale diuiderà queſta ſuperficie per mezo: & eſſendo* AB, *&* CD, *parimente lontane; adunque gli angoli* BDA, *&* CDA, *che ſono corriſpondentiſi, ſaranno per la ventinoueſima uguali: & perche* AC, *&* DB, *ſono ancora parallele, gli angoli ancora* CAD, *&* BDA, *che ſono corriſpondentiſi, ſaranno ancor eſſi uguali. Intendinſi duoi triangoli* ADB, *&* DAC: *perche i duoi angoli* A, *&* D, *del triangolo* ABD, *ſono uguali a dua angoli* A, *&* D, *del triangolo* DAC; *& il lato* AD, *ſopra il quale giaciono quelli angoli, è comune nell'uno, & nell'altro triangolo; ſarà, ſecondo la ventiſeeſima, il lato* AB *uguale al lato* CD, *& il lato* AC *al lato* BD, *et l'angolo* B *all'angolo* C: *et perche l'angolo* A *intero, è chiaro che è uguale all'angolo intero* D, *ſecondo il ſecondo concetto di Euclide, egli è manifeſto quel che andauamo cercando.*

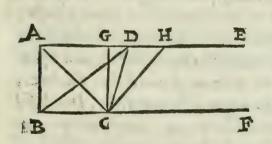
Propoſta XXXV.

TVtte le ſuperficie di lati paralleli fatte ſopra una medeſima baſa, et poſte in eſſe linee corriſpondenteſi, ſono uguali. *Siano due linee* AB, *et* CD, *parallele, infra le quali facciſi la ſuperficie* ACFE,

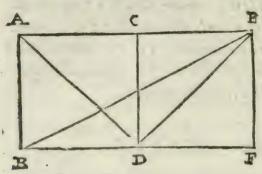
A C F E, *di lati paralleli ſopra la baſa* C E: *dipoi ſopra la medeſima baſa, & infra le medeſime linee faccisi un'altra ſuperficie* GCHE, *di lati pur paralleli: diceſi le due dette ſuperficie eſſere uguali, ilche prouerremo in queſto modo: o la linea* C G *interſecherà la linea* A B *in qualche punto della linea* A F, *o nel punto* F, *o in alcun punto della linea* B F: *dicaſi che primieramente interſechi la* A F, *nel punto* G, *come ſi uede nella prima figura, o dimoſtratione. Hora perche l'una, & l'altra di queſte linee, cioè* A F, & G H, *è uguale alla linea* C E, *ſecondo la trentaquattreſima; cioè la paſſata, le ſaranno ancora uguali l'una alla altra: leuata adunque via la linea* F G *commune, ci rimarrà* A G *uguale alla* F H. *Et perche, ſecondo la quarantaſetteſima,* A C *di nuouo è uguale ad* E F, *& l'angolo* H F E *è uguale all'angolo* G AC, *come ſi prouò nella ventinoueſima; cioè il di fuori a quel di dentro; il triangolo* A C G *ſarà, ſecondo la quarta, uguale al triãgolo* F E H: *adunque aggiunta la figura irregolare di quattro lati, cioè la* G C F E, *a l'una & l'altra, la ſuperficie* A C F E *ſarà uguale alla ſuperficie* G C H E, *che è quello ci proponemmo. Interſechi hora la linea* C G *la* A B, *nel punto* F, *come ſi vede nella ſeconda figura i duoi triangoli* A C F, & F E H, *ſaranno, ſecondo il primo modo di argomentare, uguali; perilche aggiuntili da ogni banda il triangolo* F C E, *ce ne auerrà quello ci erauamo propoſto. Interſechi la linea* C G *nel terzo modo la* A B *infra i duoi punti* F B *come ſi vede nella terza figura, & verrà a interſecare la* F E *nel punto*

K, &

K: & perche ſecondo il primo modo di argomentare la linea A F è uguale alla G H, diuentata la G F comune, ſarà la A G, uguale alla F H, & il triangolo A G C uguale al triangolo F E H aggiunto adunque all'uno & all'altro il triangolo C K E, & tratto dall'uno & dall'altro F K G, ſarà la ſuperficie A C F E uguale alla ſuperficie G C H E, che è quello ci erauamo propoſto.

Propoſta XXXVII.

TVtti i triangoli, che ſi fanno ſopra una medeſima baſa, & infra due linee parallele, ſono uguali. Siano duoi triangoli A B C, & D B C, fatti ſopra le baſe B C, & infra le due linee parallele A E, & B F diceſi, che ei ſono uguali. Tiriſi C G, parallela ad A B, & C H parallela a D B; ſaranno le due ſuperficie A B C G, & D B C H, uguali, ſecondo la trentacinqueſima. Et perche i detti triangoli ſono la metà delle dette ſuperficie, ſecondo la trentaquatreſima; ei ſaranno fra loro uguali, ſecondo la comun ſententia, che dice; di quelle coſe, che il tutto è uguale, la metà ancora è uguale: & coſi è manifeſto quel che andauamo cercando.

Propoſta XLI.

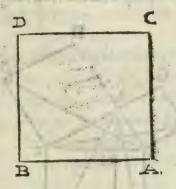
SE un quadro, & un triangolo, ſaranno fatti ſopra una medeſima baſa, & infra le medeſime linee corriſpondentiſi & conformi,

mi, egli è di necessità, che il quadro sia per il doppio del triangolo.

Sia il quadro A B C D, *& il triangolo* E B D, *sopra la basa* B D, *& infra le linee* A E, *&* B D, *che siano parallele; dicesi il quadro essere per il doppio del triangolo. Tirisi nel quadro la schianciana* A D, *& causerà il triangolo* A B D, *il quale per la trentaquattresima, sarà per la metà del quadro. Et perche il triangolo* E B D *è uguale allo* A B D, *secondo la trentasettesima, è manifesto il triangolo* E B D *esser per la metà del quadro* A B C D, *che è quel che ci eramo proposto. Puossi ancora prouare il simile, che, se il quadro & il triangolo saranno fatti sopra base uguali, & infra linee parallele, sarà il quadro per il doppio del triangolo: ilche non si curò di dire Euclide, perche mediante le cose dette era pur assai manifesto. Diuidasi il quadro in duoi triangoli con la schianciana, ouero si facci un triangolo sopra la basa del quadro infra due linee parallele, & vedrassi il quadro per il doppio hel triangolo, che è quel si cercaua.*

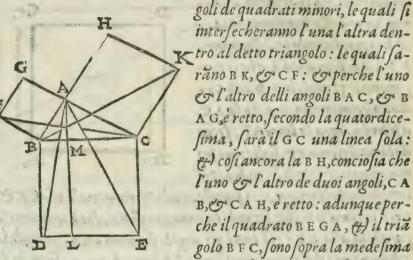
Proposta XLV.

COme di una propostaci linea si facci un quadro. Sia la linea A B, *da farne un quadrato: tirinsi dalle sue teste le linee* A C, *&* B D, *secondo la undecima, che uenghino a piombo alla* A B, *che saranno per la uentiottesima parallele: & ponghinsi amendue, secondo la tredicesima, uguale alla detta* A B, *& tirisi la linea* C D,

& sarà

& sarà uguale & parallela alla A B, secondo la trentatreesima. hora perche l'uno & l'altro delli angoli A, & B, è retto, saranno ancora retti C, & D, secondo l'ultima parte della ventinouesima. Adunque, secondo la diffinitione, A B C D è il quadrato, che ci proponemo. Il medesimo si puo vedere altrimenti ancora: sia la A C, a piombo sopra la linea A B, secondo la vndecima, & siali come prima uguale; & tirisi, secondo la trẽtunesima, del punto C, C D parallela ad A B & uguale ad essa, & tirisi la linea D B, che, secondo la trentatreesima, sarà uguale, & parallela alla A C; & tutti gli angoli saranno retti, secondo la vltima parte della ventinouesima: haremo adunque, secondo la diffinitione, quel tanto ci erauamo proposto.

Proposta XLVI.

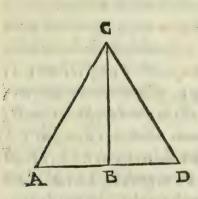
QVel quadrato, che si fa del lato, che è rincõtro all'angolo retto, di qual si voglia triangolo ad angolo retto, è uguale a duoi quadrati, che si fanno di amẽdue gli altri suoi lati. Sia il triangolo A B C: che habbia per angolo retto lo A, dicesi; che il quadrato, che si farà di B C, sarà uguale a duoi quadrati, che si faranno dello A B, & dello A C insieme. Riquadrinsi questi tre lati, secondo la quarãtacinquesima, & della B C, sia la superficie B C D E, & del A B sia la superficie B F G A, & dello A C sia la superficie A C H K. Tirinsi dall'angolo retto A, alla B E, basa del quadrato maggiore, tre linee; A L cioè, parallela al'un & l'altro lato, cioè al B D, & al C E,

al C E,*la quale interſechi la* B C *nel punto* M *& la* A D,*&* *la* A E. *Tirinſi dipoi da duoi altri angoli del triangolo due linee a duoi angoli de quadrati minori, le quali ſi interſecheranno l'una l'altra dentro al detto triangolo: le quali ſarãno* B K, *&* C F: *& perche l'uno & l'altro delli angoli* B A C, *&* B A G,*è retto, ſecondo la quatordiceſima, ſarà il* G C *una linea ſola: &* *coſi ancora la* B H,*concioſia che l'uno & l'altro de duoi angoli,* C A B,*&* C A H,*è retto: adunque perche il quadrato* B E G A, *&* *il triã golo* B F C,*ſono ſopra la medeſima*

baſa B E, *& infra due linee parallele, cioè* E G, *&* B F, *ſarà il quadrato* B F G A,*ſecondo la quarantuneſima, per il doppio del triangolo* B F C. *Et il triangolo* B F C *è uguale al triangolo* B A D,*ſecondo la quarta perche* F B, *&* B C, *lati del primo, ſono uguali a duoi lati* A B,*&* B D, *dell'ultimo: & l'angolo* B; *del primo è uguale all'ãgolo* B,*dell'ultimo, cõcioſia che l'uno et l'altro è fatto dell'angolo retto, et dello* A B C,*che è comune: adũque il quadro* B F G A,*è per il doppio del triãgolo* A B D. *Ma il quadro* B D L M,*è per il doppio del detto triãgolo ſecõdo la quarãteſima: cõcioſia che ei ſono fatti ſopra della medeſima baſa, la quale è* B D ;*et infra due linee le quali ſono parallele, cioè* B D, *&* A L: *adũque mediãte la comune ſententia il quadrato* A B F G,*& il quadrato* B D L M, *ſono uguali; perche le metà loro, cioè i detti triangoli ſono uguali: nel medeſimo modo, & mediante le medeſime propoſte ſi prouerrà il quadrato* A C H K *eſſere uguale al quadrato* C E L M,*mediante i triangoli* K B C, *et* A E C:

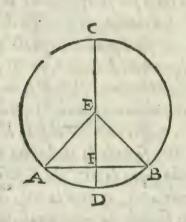
perilche

perilche habbiamo lo intento nostro di quanto ci erauamo proposto.

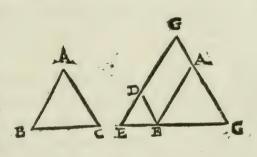
Proposta XLVII.

SE quel che ci viene dall' hauer multiplicato un lato del triangolo per se stesso, sarà uguale a duoi quadrati, che saranno descritti da gli altri duoi lati, quell' angolo che è rincontro a quell' altro sarà retto. Multiplicare vna linea per se stessa non è altro, che descriuere il suo quadrato. Sia il triangolo A B C, *& del lato* A C *sia il quadrato uguale a duoi quadrati de lati* A B, *&* B C, *congiunti insieme, Dicesi lo angolo* B, *incontro al quale è posto il lato* A C, *esser retto. Tirisi la linea* B D, *secondo la vndecima, a piombo sopra la* B C, *che si pose uguale a* B A, *et tirisi la* D C; *et sarà; secondo la quarantaseesima, il quadrato* D C, *uguale a duoi quadrati delle linee* D B, *e* B C: *et perche si pose* B D *uguale alla* B A, *saranno i quadrati delle due linee* A B *et* B D *uguali, secondo la comune sententia, che dice, delle linee uguali sono i quadrati uguali. Perilche il quadrato* D C *sarà uguale al quadrato* A C: *adunque, secondo la comun sententia, che dice, quelle linee sono uguali, delle quali sono uguali i quadrati, sarà il* C D *uguale allo* A C, *secondo la ottaua, et lo angolo* B *del triangolo* A B C *sarà retto, che è quello ci erauamo proposto.*

Proposta

Proposta III. del III.

SE una linea dentro ad un cerchio posta fuori del centro. sarà intersecata da una altra, che uenga dal centro, in parti uguali; è di necessità, che ella ui sia sopra a squadra; et se la ui sarà sopra a squadra, è forza che la diuida in due parti uguali. Auuenga che la linea A B *posta dẽtro al cerchio* A B C *sia intersecata dalla linea* E D, *che venga dal centro, & la diuida in due parti uguali al punto* F. *Dicesi che ella la diuide ad angoli retti, et per l'altro uerso diuidẽdola ad angoli a squadra, ella la diuide ĩ due parti uguali. Tirinsi le linee* E A, *&* E B: *& pongo primieramente, che ella la diuida in parti uguali; saranno adunque i duoi lati* E A *&* E F, *del triangolo* E F A, *uguali a duoi lati* E F, *&* F B, *del triangolo* E F B; *& la basa* A F, *alla basa* F B: *adunque per la ottaua del primo, lo angolo* F, *dell'uno, è uguale all'angolo* F *dell'altro perche l'uno & l'altro è retto; perilche la* E F *è a piombo collocata sopra la* A B, *che è quel che noi cercauamo. Secondariamente io dirò, che* E F, *sia a piombo sopra* A B; *& mostrerò, che ella diuide la* A B *in parti uguali. Sarà adunque, mediante quello si è posto, l'uno & l'altro di questi angoli, che sono al* F *retto; perilche l'uno è uguale all'altro. Ma perche per la quinta del primo, lo angolo* E F A *è uguale all'angolo* E F B, *& il lato* E A *uguale al lato* E B, *secondo la ventiseesima del primo; sarà la linea* A F *uguale alla linea* F B, *che è quello che cercauamo.*

Proposta

Proposta IIII. del VI.

DI qual si voglino duoi triangoli, de quali gli angoli dell'uno sieno uguali a gli angoli dell'altro, i lati che sono rincontro a detti angoli sono fra loro proportionali. Siano duoi triangoli A B C, & D E F, *di angoli uguali, & l'angolo* A *sia uguale all'angolo* D, & *il* B *alla* E, & *il* C *alla* F, *dicesi, che tal proportione è dal* D *allo* E, *quale è dal* A *al* B, & *dal* D F *al* A C, *che dal* E F *al* B C, *Imperò che ponghinsi questi duoi triangoli sopra una linea, che sia* E C, *talmente che i duoi angoli dell'uno, che saranno sopra questa linea, sieno uguali a dua angoli dell'altro che sono sopra la medesima linea: ma non per talmente, che l'angolo del mezo dell'uno vēga al mezo dell'altro, ne l'ultimo dell'uno all ultimo dell'altro, ma si bene che l'angolo del mezo dell'uno si cōgiũga in un punto con l'ultimo angolo dell'altro. Et sia la* A F C *q̄l medesimo triangolo, che fu* A B C: & *perche l'angolo* A F C *è uguale all'angolo* E, & *lo angolo* D E F *all'angolo* C, *per la ragion detta, sarà, per la prima parte della ventiottesima del primo, la linea* A F *parallela alla* D E, & *la* D F *alla* A C: *finischisi dipoi la superficie de lati paralleli, che sarà* G F, & G A, *secondo la quarta del primo, sarà uguale alla* D F, & G D *alla* A F: *perche adunque, per la seconda del sesto,* G A *corrisponde alla* A C, *come* E F *alla* E C, & *per la medesima* E F *ad* F C, *come* E D *al* D G: *sarà, per la settima del quinto,* D F *alla* A C, & *per la medesima*

E D *alla* E F, *come* E F *alla* F C, *che è quel che andauamo cercando. Et qui mi piace di por fine alle propositioni di Euclide, che mi paiono necessarie per rendere la ragione delle operationi passate: che se hauesse a introdurre in questa operetta tutte le Proposte, che dipendono l'una dalla altra, o che si chiamano l'una l'altra; sarebbe bisogno di andarsene molto in lungo: il che sarebbe fuori della intentione mia, che ho cerco solo di dimostrare tali operationi per via di ragione però contentisi chi leggerà questi scritti di quel, che mi è parso per questa opera necessario solamente & utile.*

DEL MODO DI MISVRARE TVTTE LE COSE TERRENE,

DI COSIMO BARTOLI Gentilhuomo, & Academico Fiorentino.

LIBRO SESTO.

Come si truoui la radice quadrata di qual si uoglia numero.

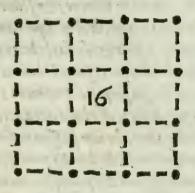
PER trouare la Radice quadrata di alcun propostoci numero, mi pare quasi di necessità di dichiarare i nomi de numeri, secondo che da piu approuati authori sono stati chiamati: acciochè la varietà di questi nomi: non habbia poi a generare confusione nelle menti di coloro, che vorrãno mettere le operationi in atto. Dico adunque seguendo Oroncio, che i numeri semplicemente, come numeri, non sono se non noue, come 1.2.3.4.5.6.7.8.9. conciosia che da questi in su non sono piu numeri semplici, ma sono, o articoli, o cõposti, che cosi per lo piu si chiamano. Chiamãsi questi uumeri semplici ancora Diti: et questo dico si per l'uso della pratica da farsi, si p la differentia che è da loro a gli altri, che dependono da loro, aggiontoui il zero, cioè il o, i quali non piu diti, ma articoli si chiamano: come è 10.20.30.100.1000.etc. Chiamansi ancora numeri cõposti, ouero mescolati, quando due figure, o piu, si mettono insieme; come 12.15.30.36.97.124.2158. & successiuamente: il significato delle quali figure è notissimo, però non

rò non intendo di trattarne, bastandomi hauer accennato questo per la necessità, che ne habbiamo, p saper trouare le radici quadrate. per trouare le quali faccisi primieramente vna Tauola de diti già detti, diuidendoli per lo lungo, & per il trauerso, con alcune lineette, come in questa figura si vede; & mettendo rincontro ad ogni dito, o uogliamo dir numero semplice, il multiplicato di se stesso, come quì si vede. Fatto q̃sto, habbiamo da saper, che trouare una radice quadrata nō è altro; che discorrendo cō la mente, trouare un numero, che multiplicato p se stesso ci dia p̃cisamẽte qual si uoglia numero, che ci sia proposto, essendo q̃sto tal ꝑpostoci numero, numero quadrato; ouero ci dia il maggior numero quadrato, che sarà dẽtro al propostoci numero. Numero quadrato si chiama quel, che ci viene dal multiplicare di alcun numero in se stesso; & Radice quadrata si chiama quel numero, che p la multiplicatione di se stesso causa il numero quadrato: p la qual cosa pare, che qual si uoglia numero sia radice quadrata di qualche numero, se bene ogni numero non ha radice quadrata, ma quei numeri solamente che sono quadrati; pilche si uede che la radice, et il numero quadrato, hãno fra di loro una scãbieuole cōueniẽza, et legamento. Il riquadrare adunque, ouero multiplicare quadratamẽte alcun numero, è un multiplicare, come si è detto qual si uoglia propostoci numero p se stesso, cioè multiplicarlo per

Diti quadrati.

1	*uie*	1 *fa*	1
2	*uie*	2	4
3	*uie*	3	9
4	*uie*	4	16
5	*uie*	5	25
6	*uie*	6	36
7	*uie*	7	49
8	*uie*	8	64
9	*uie*	9	81

quanti

quanti numeri egli è, ò uale: come per esempio, se si multiplicasse 4. per se stesso, ce ne verrebbe 16. adunque il 16. sarebbe numero quadrato, & il 4. sarebbe la radice del 16. Per ilche pare, che il numero quadrato habbia vna certa conuenienza, et similitudine con il quadrato gemetrico, del quale ciascun lato si chiama la sua radice quadrata: ilche facilmente si può comprendere mediante la infrascritta figura, fatta a similitudine di vna superficie piana quadrata composta di 16. punti: conciosia che per ogni uerso sono quattro punti, i quali, annouerãdoli per qual si uoglia uerso, sempre ci danno 16. come si vede: ma torniamo al nostro ragionamento. Propostoci adunque qual si uoglia numero, da volerne cauare la radice quadrata, pongasi primieramente questo numero in tal maniera in carta, o in tauola da abbaco; che le sue figure, mediante alcune lineette tirate a piombo, si separino a due a due; et sotto di detto numero si tirino due linee a trauerso, fra le quali si hanno poi a mettere i diti, o numeri semplici, come racconteremo. Preparate queste cose, comincisi la operatione dal primo numero, cioè dalla man stanca in questo modo. considerisi la valuta di questa prima figura del propostoci nomero; et uadisi inuestigando, ò esaminando uno de numeri semplici, o vogliamogli dire diti; il quale multiplicato per se stesso, annichili, o spenga essa prima figura del propostoci numero, o quanta maggior parte può di essa: & pongasi q̃sto numero semplice, o dito, trouato che lo haremo, sotto detta

prima figura, in far le linee, che ſi tirarono a trauerſo, ogni uolta che il propoſtoci numero ſarà di tante figure, che le ſieno in caſſo: ma ſe il detto propoſtoci numero fuſſe di figure pari, biſogna porre detto dito, ouer numero ſemplice, ſotto la ſeconda figura del propoſtoci numero, infra dette linee a trauerſo. Fatto queſto, multiplichiſi detto dito per ſe ſteſſo, & quel che ce ne viene traggaſi dal numero che ſopra li corriſponde, notando di ſopra il rimanente debitamente, ſe per ſorte ve ne occorre; & ſcancellando quelle figure, delle quali ci ſaremo ſeruiti, debbeſi dipoi raddoppiare queſto dito, cioè multiplicarlo per dua, & ſe quel che ce ne verrà, ſarà di due figure, la prima ſi debbe porre ſotto le linee a trauerſo, rincontro alla ſeconda figura del già propoſtoci numero; & l'altra rincontro al già detto dito pur di ſotto alle linee a trauerſo. Ma per maggiore commodità di coloro, che non fuſſino in ſimil coſe eſercitati, ſi fece, come ſi è detto, la tauola de diti: Et però eſaminato il ualore, come ſi diſſe della prima figura del propoſtoci numero, entriſi nella deſtra colonna della tauola, & quiui ſi uadia al numero piu uicino, che ſi approſſima alla prima figura del propoſtoci numero; conciosia che non ſempre ſi riſcontrerà, che ſia uno ſteſſo numero però piglisi il piu uicino, ma il minore, & auuertendo nella colonna ſiniſtra ſi trouerrà il numero ſemplice, o uogliā dire dito, che ſi debbe torre, per porlo, come ſi è detto, fra l'una, & l'altra delle linee, che ſi tiraron a trauerſo. Debbeſi di nuouo andare ritrouādo, o eſaminando con la mēte uno altro numero ſemplice, ouer dito, da metterlo nō ſotto la ſigura, che ſegue, del propoſtoci numero: ma ſotto l'altra, uerſo la ritta, infra l'una, & l'altra delle linee a trauerſo: il quale multiplicato per lo addoppiato numero della prima radice, ſcancelli primieramēte quelle figure, che ſopra di eſſo addoppiato numero ſon rimaſte da ſiniſtra, et ſecondariamēte multiplicato in ſe ſteſſo conſumi q̄lle figure, che

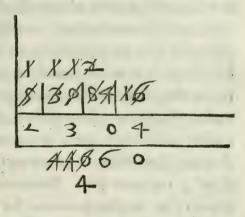
reſtaron

restaron sopra esso dito uerso la sinistra, ouero la maggior parte, che ei può di loro. Questo dito similmente si addoppi con quel che già si trouò prima, & la ultima figura di quel che ce ne uiene, si metta sotto le linee tirate a trauerso rincōtro alla prima, che segue del propostoci numero, & l'altre per ordine uerso la sinistra, scancellando ancora il primo numero, che ci uenne dello addoppiamento della prima radice. Questo dito ueramente, & dopò il primo tutti li altri, che secondo la grandezza del propostoci numero saren costretti di trouare, si trouerranno senza molto tedioso discorso in questo modo. Diuidasi il numero corrispondente sopra da sinistra a qual si uoglia addoppiato numero delle radici, per esso stesso addoppiato numero, che a punto ci occorre. Imperoche il dito procreato da tal diuisione (conciosia che sempre se ne farà dito) uiene ad essere quello, che posto poi con gli altri infra l'una, et l'altra delle linee a trauerso, ha da essere la radice quadrata, che noi andiam cercando. Il quale se noi uorremo esaminare piu diligentemente, guardisi se quel che auanza alla fatta diuisione, sarà insieme cō la figura, sotto la quale ha a porre il dito maggiore, almanco uguale al numero, che ci viene dal multiplicare il dito in se stesso: pcioche se il dito sarà minore dello 1, o al piu del 2. si debbe pigliare il minore, ilche nondimeno occorre rarissimo. Debbesi ancor di nuouo inuestigare con la mente l'altro dito da porsi non sotto la figura, che segue del propostoci numero, ma sotto l'altra, infra l'una, et l'altra delle linee tirate a trauerso; il quale multiplicato prima per tutte le figure dello addoppiato numero, & poi in se stesso, scācelli con due operationi tutte le figure, che di sopra li corrispondono, o la maggior parte, che si può di loro. Conseguentemente questo dito radicale insieme con i già trouati, & posti fra le linee a trauerso, si addoppi, come è solito. & quel che ci viene di tale addoppiamento, si ponga sotto per ordine, come

de gli altri si fece, scancellando prima le figure de numeri addoppiati, delle quali ci saremo seruiti. Et questo modo di operare si continoui per insino a tanto, che si arriui sotto la ultima figura del propostoci numero. Et non ci esca di mente, che ogni uolta, che nella fine, o mezo di tale operatione ci sopr auanzasse un 1. per dito radicale, che in suo scambio vi si ha a porre un zero, cioè un o. il quale si ha ad addoppiare insieme con le già trouate radici, se già non ci occorresse, che venisse sotto la ultima figura di tutto il propostoci numero. Ricorderemoci ancora, che; quando haremo dato fine a l'operatione del trouare questa radice, & che del propostoci numero non ci auanzerà cosa alcuna; potremo conchiudere il propostoci numero essere numero quadrato: conciosia che se altrimenti occorresse, il detto numero non sarebbe numero quadrato, nè la radice trouata di esso numero si potrebbe chiamaro radice quadrata, ma radice del maggior quadrato numero, che si trouasse dentro al propostoci numero. Conciosia che tutti i numeri non son numeri quadrati. Quel che auanza trouata la radice, si denomina dalla radice addoppiato: la qual radice, ancor che ella non sia la uera radice del propostoci numero, è nondimeno molto uicina alla uerità. Da queste cose ne seguita, che qual si uoglia numero quadrato; multiplicato per numero quadrato, faccia numero quadrato; et che ogni radice ancora addoppiata di qualũque numero quadrato, multiplicata per se stessa produca il quattro tali del suo quadrato. Et che quel rispetto, o proportione, che ha la radice alla radice, la ha ancora il numero quadrato al numero quadrato; & cosi per il contrario. Onde la proportione de quadrati si genera dalla proportione delle loro radici, multiplicata in se stessa. Et se ci sarà nota la radice della proportione de quadrati, ci sarà ancor nota la proportione delle radici; ma non uoglio, che noi parliamo hora delle proportioni, hauendone già il nostro

Carlo

Carlo Lenzoni scritto a dilungo in questa lingua, nõ meno dottamẽte che accuratamente, in quel libro che egli fece in difesa di Dãte. Però tornando al nostro proposito daremo lo esempio delle cose dette di sopra; accioche elle sieno piu chiare & piu manifeste.

Dicasi che si vogli trouare la radice 5 3 0 8 4 1 6. põgasi questo numero, come si disse; & tirisili sotto due linee a trauerso; & con alcune lineette, che a piombo diuidino a dua a dua dette figure, cominciandoci da destra, & uenendo uerso la sinistra, come nel disegno dirincontro si uede: considerisi adũque la prima figura del propostoci numero, & vadisi a cercarla nella destra colometta della già fatta tauola, il qual numero nõ trouerai cosi precisamẽte appunto. Et però di quegli ui sono, piglisi il minore di quelli che piu se li appressono; come che essendo il 5. il 1. del propostoci numero, torremo nella colonna destra della tauola, il 4. che è il piu uicino che vi si troua & minore; & guarderemo nella sinistra colonna della detta tauola, che numero semplice, o dito li corrisponda; & trouando che egli è il 2. lo porremo sotto a detto 5. infra l'una & l'altra delle linee si tirarono a trauerso: dicasi dipoi 2. uie 2. fa 4. & traggasi 4. di 5. ci restarà 1. il qual uno si metta sopra il 5. & al 5. si dia di penna: dicasi di nuouo 2. uie 2. fa 4. & pongasi 4. sotto a tutta dua le linee tirate a trauerso, rincontro alla figura che segue, che è il 3. Finito q̃sto primo modo di operare, trouisi lo altro dito, che fra le linee

a tra-

a trauerso si ha a porre sotto il 0. in questo modo partasi il 13. per il 4. & ce ne uerrà 3. per parte, & ce ne auanzerà uno, il qual 1. con il 0. che segue, farà 10. dal qual conseguentemente si potrà cauare il quadrato del 3. detto: mettasi adunque il tre fra le linee tirate a trauerso rincontro al 0. & dicasi 3. uie 4. fa 12. il quale tratto de 13. ce ne rimane uno, scancellisi adunque 13. & sopra il 3. si ponga 1. di poi multiplichisi 3. per se stesso, & ce ne uerrà 9. il qual numero se lo trarremo di 10. & pongasi sopra il 0. lo 1. & oltra questo si scancelli il 4. numero primo addoppiato della trouata radice: finalmente addoppisi l'uno & l'altro dito della addoppiata radice, come è il 23. & ce ne uerrà 46. il quale numero pongasi di nuouo sotto le linee tirate a trauerso, ponendo 6. rincontro allo 8. & 4. rincontro al 0. Douerremo conseguentemente trouare il terzo dito, che si ha a collocare fra l'una & l'altra linea delle tirate a trauerso, incontro, non alla prima figura che segue del propostoci numero, ma alla altra che uiene ad esser la quinta, cioè il 4. Ma perche allo addoppiato numero 46. ui risponde sopra solamente 18. il quale numero non si potrebbe diuidere per 46. però bisogna porui un zero 0. in cambio di dito, perche un 1. sarebbe troppo, il qual 0. si debbe porre sotto il 4. fra l'una & l'altra delle linee a trauerso. Fatto questo, scancellisi 46. che è il numero addoppiato della passata trouata radice: & di nuouo addoppisi 230. & ce ne uerrà 460. il qual numero pongasi sotto le linee tirate a trauerso il 0. sotto lo 1. il 6. sotto il 4. & il 4. sotto lo 8. del propostoci da prima numero. Finalmente partasi il 1841. per il poco fa addoppiato numero 460. al quale ei corrisponde, & ce ne uerrà 4. per parte, & auanzeracci 1. il quale 1. con il 6. che è l'ultima figura del propostoci numero, farà 16. dal quale si potrà trarre il quadrato da farsi come si ricerca: pongasi adunque 4. sotto il

6. fra

6. fra l'una & l'altra delle linee tirate a trauerso, & dicasi quattro uie 4. fa 16. il quale tratto dal 18. di sopra ci resterà 2. scancellisi adunque 18. & sopra lo 8. si ponga 2. Dicasi dipoi 4. uie 6. fa 24. traggasi 24. dal 24. che li è a corrispondentia sopra, non ce ne rimarrà niente: scancellisi adunque 24. & il 0. si lasci stare, il quale ancor che sia la prima figura del numero addoppiato, non è atta nata: come piu uolte si è detto, a produrre cosa alcuna. Dicasi ultimamente 4. uie 4. fa 16. & traggasi 16. dal 16. che sopra li corrisponde, ne ci auanzerà cosa alcuna, perilche il propostoci numero 5308416. sarà numero quadrato, la sua trouata radice sarà 2304. nelle altre cose si tenga il medesimo ordine: ma per maggior chiarezza si replica la forma delle figure.

1 1 1 2	
5 | 3 0 | 8 4 | 1 6	*numero propostoci.*
2 3 0 4	*radice quadrata.*
4 4 6 6 0	*numeri doppi delle radici.*
4	

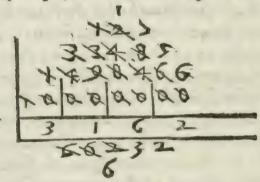
Come si caui detta radice occorrendoci rotti.

P*Arci ragioneuole mettere a campo uno altro modo da trouare le radici quadrate molto piu esattamēte, accioche coloro, che uorrano, possino trouarle piu a punto di qual si uoglia numero, ancor*

che gli ueghino nello operare, come interuiene de rotti. Propostoci adunq; qual si uogli numero, del quale si uogli cauare la radice quadra; aggiungasi a detto numero verso la destra quel numero de zeri che ci piace, ma che siano di nu. pari; come 00.0000.000000. & cosi successiuamẽte accrescendone dua per uolta; & di quel numero che ce ne resulta, cauisene la radice quadrata; secondo quella regola che di sopra si è detta; lasciando però del tutto da parte qual si uoglia resto, che ce ne rimanessi, se per sorte nello operare ce ne occorresse. Fatto questo, lieuisi dipoi da essa radice quadrata la metà delle figure a corrispondẽtia de 0. che ui aggiugnemmo: cioè se ui aggiugnemmo sei 0. leuisi uia 3. figure, & le altre verso la sinistra si serbino, per lo intero numero della radice. Leuate uia dipoi queste figure della detta radice, Bisogna multiplicarle per qual si voglia numero, nel quale ci parrà di diuidere vna di esse parti intere, come saria p 10. se noi diuidessimo detta parte intera in decine 0. per 20. se noi la diuidessimo in 20.0. per 30. diuidẽdola in 30.0. per 40. diuidẽdola in 40 0. per 50. diuidendola in 50.0. finalmẽte p 60. diuidẽdola in 60.0. & da quel ci viene di tal multiplicato, lieuinsi uia da mã destra tãte di quelle figure che ui sono: che siano per la metà de 0. che ui si aggiũsono; & le figure che restano da man mãca, poni dopo il numero del già trouato intero: conciosia che eglino hanno a seruire per la prima sorte de rotti, che ci saranno uenuti dalla diuisione, che harem fatta dello intero. Di nuouo le figure che poco fa si leuaron uia, multiplichinsi p la medesima sorte di diuisiõ che facemo, & da ql che ce ne viene lieuisi uerso la destra tante figure, quante se ne leuaron da prima, & quel ci rsta pongasi appresso a primi rotti; che ha a seruire per i secõdi rotti, che ci vẽgano secõdo la diuisione, che haremo da principio osseruata. Et questo faccisi tãte uolte, che ci rimanghino a punto tanti, quãti la metà de

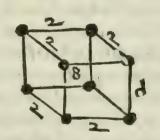
0. che

o.che si aggiunsono.Conciosia che per questa via si potrà cauare assai precisamente & a punto secondo il numero de gli aggiunti o.la radice del propostoci numero. Dal che ne seguita, che quãti piu o.si aggiugnerãno al propostoci numero, tãta piu esatta radice quadrata caueremo di detto numero. Ma vengasi allo esempio, & dicasi, che uogliamo cauare la radice di 10. aggiungasi ad esso 10. sei o. & farà 10000000.la radice quadrata del quale numero, secondo lo ammaestrameto passato, sarà 3162. come mostra il disegno delle figure che segue, & ci è rimasto di resto come si vede 1756. del quale nõ terrẽ conto alcuno: conciosia che non ci causerà errore sensibile, o notabile. lieuisi adũque via le tre ultime figure di detta radice, cioè 162.che sono p la metà de sei zeri, che si aggiũseno, & 3. serbisi; cõciosia che egli è lo intero, cioè il primo numero della futura radice. dicasi dipoi, che noi habbiã diuiso uno di q̃sti interi in 60. & che tutte le parti de rotti habbino a seruare q̃sto ordine: multiplicheremo adũq; 162.p 60. & ce ne verrà 9720. dal qual numero tolgasi di nuouo uia tre delle vltime figure, cioè 720. & la quarta figura serbisi, cõciosia che ella è il numero de primi rotti, che si ha a porre subito dopo il 3.che lasciãmo p intero. multiplichisi di nuouo 720, p 60. et ce ne uerrà 43200. dal quale numero se noi leuerẽ uia il 200. cioè le tre ultime figure, che sono la metà de o. vi aggiugnẽmo ci auãzerà 43.il quale numero seruirà p 43.secõdi, cioè per la secõda sorte de rotti. multiplichisi dipoi 200. per 60. & ce ne verrà 12000.dal qual numero leuãdo le tre ultime figure, che non significano cosa alcuna, ci rimarrà 12.che seruirãno per la terza sorte de rotti: & nõ si debbe nella operatione procedere piu oltre; pcioche le ultime tre figure, che si son leuate via, non haueuono, essendo tre o.significato alcuno, ma erano del tutto simili, ancor che per la metà alli aggiũti o. Potremo adũque considerare di hauere

uere in questo modo cauata la radice del 10. la quale è 3 interi, 9 minuti 43. secōdi, & 12 terzij, hauendo diuiso lo intero in 60. et successiuamēte in 60. ancora li altri suoi depēdēti: & auuertiscasi che il simile si puo fare di qual si uoglia numero, & siano che & quante figure si voglino. Potrebbesi nondimeno, trouata che haues-simo la radice detto 3162. pigliare il 3. per lo intero, come si fece di sopra lo 1. p la decima parte d'uno intero, cioè per 10. minuti, se ha uessimo diuiso lo intero in decine, & il 6. per 6. decimi del minuto, che sarebbon sei secondi, & 2. finalmēte per 2. decimi di un secon-do, osseruando la proportion della diuisione a decine; ma piu esatta-mente mi pare si faccia nell'altro modo: nondimeno ciascū si serua nello operare di quel modo che piu li piace, che finalmēte non rilie-ua cosa, che importi quasi niente: & eccone la forma dello operare.

Come si trouino le radici cubiche.

I*L cauare la radice cubica di alcun numero, non è altro, che sap ritrouare alcun numero, che, multiplicatolo una volta sola p se stesso, e rimultiplicato quel che ce ne sarà venuto vn'altra volta p se stesso, causi il propostoci da prima numero, se ei sarà numero cubi co; ouero adēpia il numero cubico maggiore, che sarà dētro al pro-*

postoci

postoci numero, che non fusse numero cubico. Numero cubico adũque si debbe chiamar quello, che si genera dalla doppia multiplicatione di alcun numero in se stesso, ouero dal multiplicarlo una sol volta in se stesso, & rimultiplicar poi il suo multiplicato ancora ꝑ se stesso: la radice cubica adũque nõ è altro, che esso numero cubico. Di sorte che il multiplicare cubicamẽte alcuna cosa, nõ è altro, che multiplicare un numero propostoci due volte in se stesso, ouero multiplicarlo in se stesso una uolta, & rimultiplicare il suo multiplicato per se stesso una altra volta: come se noi dicessimo duo vie dua, & duo vie dua fa 8. ouero duo vie dua fa 4. & duo vie 4. fa 8. Tal che lo 8. saria il numero cubico, & il 2. la radice cubica: ilche si debbe intẽdere a corrispondẽtia di tutti gli altri numeri simili. Debbesi intẽdere questo numero cubico per un corpo solido, fatto di sei superficie piane come un dado. Talche dal primo multiplicare di alcũ numero in se stesso se ne causi prima il numero quadrato, & piano, o vogliam dire suꝑficiale; & dal rimultiplicar di nuouo detta suꝑficiale quadratura, si causi il numero cubico: come in q̃l modo che si puo migliore ci rappresẽta il presente disegno.

Il modo veramẽte di trouare la radice cubica non è molto differẽte da q̃l, che poco fa si disse del cauare le radici quadrate. Eccetto primieramẽte questo che ei bisogna, che le figure di quel numero, dal quale uorrem cauare la radice cubica, si separino a tre per tre con le lineette a piõbo, cominciandosi dall'ultima, & andãdo verso la sinistra. Oltra di q̃sto

il Dito

il Dito trouato, & posto sotto la prima coppia da man stanca, si ha a multiplicare cubicamente, & tratto quel ce ne viene dal numero di sopra, si debbe il medesimo primo dito rimultiplicare per 3. & l'ultima figura di quel che ce ne viene, si ha a porre sotto le linee tirate a trauerso rincõtro alla figura del mezo, che si troua infra le lineette che seguono a piõbo distribuendo le altre figure verso la sinistra, secondo lo ordine. Il secondo dito dipoi insieme con il primo si ha a multiplicare per tre, & quel ce ne verrà si ha a multiplicare poi per esso dito, ilche nõ si fa ne' numeri quadrati; & quel che ce ne uiene, si ha a cauare a corrispondẽtia da quel di sopra rispetto all'hauerlo rinterzato, notãdo quel ci auanzerà di sopra, se per sorte ci auãzerà cosa alcuna. Questo dito dipoi si multiplichi cubicamente in se stesso, & traggasi quel che ce ne uiene dal numero, che ci rimase di sopra. Rinterzonsi poi, cioè si multiplican per 3. amenduoi i trouati diti; & l'ultima figura di quel ce ne viene, si ha a porre sotto le linee tirate a trauerso, rincõtro alla figura del mezo delle tre, che sono uerso la destra infra le lineette tirate a piõbo, & le altre come le di sopra metter p'ordine verso la sinistra. trouato di nuouo il terzo dito, bisogna rinterzarlo con i già prima trouati diti; & quel che ce ne uerrà, si ha di nuouo a multiplicare per se stesso; accioche vltimamẽte cubicamẽte multiplicato, consumi tutto il numero che sopra li corrispõde, ouero la maggior parte di eso che li è possibile. Tẽgasi il medesimo ordine del quarto dito delle radici, & di piu, se piu ne occorrono fino a tãto che si arriui sotto la vltima figura del propostoci numero. Ne ci esca di mente, che i trouati diti delle radici si hanno a metter sempre sotto la figura da destra, che viene fra lineetta & lineetta delle a piõbo, di detto propostoci numero. Et oltra questo ricorderemoci, che quante volte ci auanzerà uno 1. per il trouato dito, (ilche di necessità ci occorrerà tante volte, quante che il nu-

mero

mero posto sopra il numero rinterzato, sarà per 10. uolte maggior della trouata radice, multiplicato p detto numero rinterzato) ci bisogna in cambio di esso dito metterui un zero, & scancellato il poco fa rinterzato numero delle radici, rinterzare essa radice, che risulterà del detto zero, & de primi trouati diti: & l'ultimo dito de rinterzati numeri porlo sotto le linee da trauerso rincontro alla figura del mezo, che è infra le lineette a piõbo, che seguon da destra, notãdo o ponẽdo l'altre secondo l'ordine uerso la sinistra. Fatto q̃sto, si hãno a ritrouare gli altri diti con quella regola, che poco fa si è detta, fino a tanto, che si arriui a l'ultima figura del propostoci numero, & sarà finita la operatione del modo di trouare la desiderata radice. Ne bisogna, che altri si marauigli, fatta tutta la operatione, se quel che ci auãza sarà il più delle uolte maggior di essa radice (ilche nõ interuiene de numeri quadrati) pcioche un numero ben piccolo multiplicato cubicamente genera un numero molto grande; & quelche ci auãzerà, si chiamerà auãzo di radice triplata. Pare adũque, che ci sia una sola difficultà nel trouare i diti radicali: conciosia che sarebbe cosa lũga, et molto fastidiosa lo hauer sempre a discorrere cõ la mente da 1. p insino a 9. et dal 9. al 1. per trouare finalmente un dito conueniente al bisogno nostro, & però habbiam giudicato non essere fuor di proposito aggiungerci una tauoletta: nella quale sieno essi diti, & numeri cubicamente multiplicati di essi diti; mediante laqual si possa multiplicare cubicamente tutti i diti, (ilche saremo sforzati di fare spesso) & trouare per questa uia il primo numero della futura radice. Cõsiderisi adũque infra i numeri cubici di detta tauoletta, qual numero ui sia uguale, o che più se li appressi, ma però minore, al numero, o figure del propostoci numero, che faran rasente la prima lineetta delle a piõbo uerso la destra. Cõciosia che il dito, che nella colõna sinistra della tauoletta corrisponderà al detto

numero ſarà quello, che ſi harà a pigliare per la deſiderata radice. E tutti gli altri diti finalmente ſi caueranno dal primo con queſta regola. Preſupponti di hauere un zero, cioè un 0. per trouare il deſiderato dito, cioè multiplica per 10. il già trouato numero della radice, conciosia che poſto un zero doppo qual ſi uoglia figura di abbaco accreſce per 10. tanti eſſa figura del numero; & il numero, che coſi multiplicato p 10. inſieme con il primo dito della radice, ouero con i già trouati diti, et con detto zero reſulta, multiplichiſi per il numero rinterzato ſotto le linee da trauerſo, & diuidaſi per il numero multiplicato poſto ſopra il rinterzato. Concioſia che quel numero che ce ne verrà da tal diuiſione, ſarà ſempre dito, & da eſſere ſempre preſo per il deſiderato dito delle radici. Et ſe ei ci piacerà eſaminare piu diligentemēte eſſo dito, conſideriſi ſe quel ci auanzerà fatta la diuiſione inſieme cō la figura che ſubito ſegue uerſo la deſtra, faccia un numero maggiore, o almanco uguale, al numero che uiene dalla multiplication cubica di detto dito; concioſia che ſe egli accadeſſi altrimenti, biſognerebbe pigliare eſſo dito minore dell'uno, o almanco del 2. come ſi diſſe de numeri quadrati. Ma per uenire alla dimoſtration con lo eſſempio, per maggiore dichiaratione porremo prima la promeſſa tauoletta.

	Diti	Num. Cubich.
Vn vie uno due volte.	1	1
Dua vie dua due uolte.	2	8
Tre vie tre tre uolte	3	27
Quattro uie quattro quattro uolte	4	64
5 uie 5. cinque uolte.	5	125
6. uie 6 ſei uolte.	6	216
7 uie 7 ſette uolte.	7	343
8 uie 8. otto uolte.	8	512
9. vie 9. noue uolte.	9	729

Propongacisi per esempio questo numero 128 12904. delquale si habbia a cauare la radice Cubica. Ordinisi questo numero, come già di sopra dello altro si disse, & come mostrerà la figura, che segue, insieme con le lineette a piombo, & con le disotto ancora tirate a trauerso. Considerisi dipoi il 12. ilquale è il pr imo numero, o figura uerso la sinistra del propostoci numero separato dalla prima lineetta a piõbo, & uadisi con esso nella destra colonna della già fatta tauola de numeri Cubichi, & cerchisi di esso, questo 12. non ui si trouerà p̃cisamente a punto, & però piglisi il minore, che se li auicina, che sarà lo 8. & trouercmo che nella colonna sinistra li corrisponde il 2. ilquale è il primo dito della futura radice: pongasi adunque q̃sto 2. sotto il 12. infra l'una & l'altra delle linee a trauerso, et dicasi. 2. uie 2. due uolte fa 8. et traggasi 8. da 12. ce ne resta 4. põgasi 4. sopra il 2. del 12. & scancellisi esso 12. Multiplichisi poi p 3. detto 2. et dicasi. 3. uie 2. fa 6. & põgasi detto 6. sotto amẽdue le linee a trauerso rincõtro allo 1, che è subito dopo lo 8. della destra. Presuppõghiamoci conseguẽtemẽte di hauer vno zero ĩ cãbio del dito, che segue di detta radice, che insieme con il primo di già trouato ci diuenterà 20. ilqual multiplicato per 6. numero rinterzato della già prima trouata radice ci darà 120. diuidasi adũque il 481. che di sopra corrisponde al detto rinterzato nu. p 120. et ce ne uerrà 3. per parte, ilqual 3. ha da seruire p il secondo dito della radice, lasciato 121. di auãzo, ilche cõ il 2. che egli ha da destra, fa 1212. dal qual numero si potrà facilmẽte cauare il numero cubico di esse 3. dette figure, põgasi adũque il 3, fra amẽdue le linee da traursosotto il 2. del 812. che è rinchiuso fra la prima & la secõda delle lineette a piõbo, et multiplichisi l'un, et l'altro dito della radice, cioè 23. p il 6. num. rinterzato, et ce ne uerrà 138. ilche multiplicato p 3. ci darà 414. ilche si trarrà dal 481. che corrispõde ad esso numero rinter-

zato, & ci rimarrà 67. scancellisi 481. & pōgauisi sopra 67. il 7. cioè sopra lo 1. & il 6. sopra lo 8. Multiplichisi finalmente il 3. cubicamente dicēdo tre uie tre uolte fa 27. & traggasi 27. dal 72. che poco fa ci rimase, et ce ne resterà 645. lasciato adunque stare il 6, senza toccarlo, scancellisi 72. et sopra ui si ponga 45. cioè il 5. sopra il 2. et il 4. sopra il 7. Fatto questo, rinterzisi 23. et ce ne uerrà 69 il che pongasi sotto amēdue le linee da trauerso, il 9. cioè sotto il 0. & il 6. sotto il 9. del propostoci numero, et scancellisi il prima rinterzato numero, cioè il 6. Debbesi finalmente andare esaminando, & trouando il terzo dito della radice in questo modo: multiplichisi il 23. che son figure della già trouata radice, p 10. aggiuntoui da destra un zero in questo modo, 230. ilqual numero della radice già multiplicato per 10. cioè, 230. multiplichisi p 69. già numero rinterzato della trouata radice, et ce ne verrà 15870. partasi adūque per q̄sto 15870. quel che ci rimase di resto corrispondente sopra il detto rinterzato nu. cioè 64590. & harēmo 4. p parte, & ci auāzerà 1110. ilche con il 4. ultima figura di tutto il numero ci farà 11104. numero molto maggiore che il numero Cubico, che ci viene dalla multiplication cubica di esse 4. figure. Pongasi adūque 4. fra l'una, et l'altra delle linee a trauerso rincontro al 4. ultima figura del ꝑpostoci numero, et multiplichinsi tutti i diti della trouata radice, cioè 234. p 69. numero ultimamēte rinterzato, & ce ne verrà 16146. multiplicato per 4. ce ne verrà 64584. traggasi adunque 64584. dal sopranotato numero 64590. et ce ne resterà solamēte 6. ilche si ha a porre sopra il 0. scancellando l'altre figure secōdo il solito: multiplichisi finalmēte cubicamēte il 4. cioè. lo ultimamēte trouato dito della radice, & ce ne verrà 64. ilche traendolo dal 64. che prima ci era rimasto, non ci lascerà cosa alcuna di resto. Là onde potremo dire, che il da prima propostoci numero 12812904.

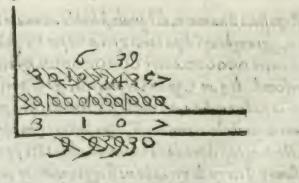
sia

sia numero Cubico, & che il 234. sia la sua radice cubica, il medesimo si debbe fare delli altri simili. Dalle cose adunque dette si vede manifesto, che si trouano molto piu numeri quadrati, che cubichi; perche da 1. fino a 1000000. per un numero cubico solo se ne troueranno 10. quadrati.

		4	
	4	6 7 1	0
numero propostoci.	12	8 12	0 0 4
radice cubica.	2	3	4
Numeri interzati delle radici.		6	69

Come si caui la Radice Cubica di ogni numero, nelquale occorrino Rotti.

PRopostoci il numero, del quale si habbi a cauare la radice Cubica, aggiunghiuisi dopò tanti zeri a tre per tre quãti ci piace: cioè, 000. ouero 000000. ouero 000000000. & cosi successiuamẽte crescendo di 3. in 3. quanto ci piacerà, & di quel che ce ne viene cauisi la radice cubica, nel modo già detto di sopra; non tenẽdo conto alcuno di quel che ci rimanessi, se per sorte ci rimanessi cosa alcuna di resto: traggasi dipoi dalla trouata radice tãte figure dalla destra che sieno p il terzo de zeri, che ui si aggiunsono, et quel numero, che da sinistra ci resta, serbisi da parte per li interi della futura radice.

Multiplichinsi dipoi conseguentemente le figure, che si leuaron di detta radice, per quel numero, nelquale ci saremo resoluti di diuidere uno intero; come si insegnò nella operatione della radice quadrata, quando si diuise per 60. & ci seruimmo di interi minuti, secondi, terzij. Et di nuouo di quel ce ne sarà uenuto lieuinsi tante figure, che sieno per il terzo de zeri, che si aggiunsono; et le figure che rimangono da sinistra, notisi doppò il gia posto numero delli interi, che seruirà per i minuti: di nuouo rimultiplichinsi le poco fa leuate figure per il medesimo numero, che sia come ne numeri quadrati si disse il 60. & lieuinsi di nuouo da man destra tante figure, che sieno per il terzo de Zeri, che si aggiunsono. Conciosia che per questa uia si trouerà la radice cubica, come la quadrata, molto precisamente, & molto apunto, secondo lo aiuto dello aggiugnimento de Zeri: donde ne segue, come ne quadrati, che tanto piu esattamente si trouerà la radice cubica, quanto piu zeri li aggiugneremo. Ma per maggior dichiaratione verremo all' essempio. Sia il propostoci numero, del qual vogliam cauare la radice cubica, 30. Aggiunghinsi al detto 30. noue Zeri, & sarà 30000000000. la radice cubica del qual numero, secondo la poco fa descritta regola, è 3107. come la presente figura, o forma dimostra.

Lasciando

Lasciando da parte il 6733957. del che non si ha a tenere conto alcuno, lieuinsi adunque uia le tre ultime figure, cioè 107. conciosia che elle sono per il terzo de 9. zeri, che si aggiunsono, & l'altra figura, cioè il 3. si serbi da parte per il numero intero della futura radice. Multiplicato poi il 107. per 60. come si fece de numeri quadrati, ce ne verrà 6420. dalqual multiplicato lieuinsi uia le 3. ultime figure dalla destra, cioè 420. & l'altra figura uerso la sinistra, pongasi doppo il 3. fra l'una, & l'altra delle a trauerso, che seruirà per i numeri. Multiplichisi di nuouo 420. per 60. & ce ne uerrà 25200. delqual numero se noi ne leueremo le 3. vltime figure, cioè 200. ce ne resterà 25. ilche porremo per i secondi, doppò i minuti. Multiplichisi dipoi 200. per 60. & ce ne verrà 12000. lieuinsi adunque le tre vltime figure, cioè i tre zeri, & ci rimarrà 12. da seruircene per i terzij. Hora perche le tre figure del multiplicato sono stati Zeri, che ultimamente habbiam leuati uguali al tutto alla terZa parte delli aggiunti zeri, non si ha a procedere più oltre: adunque la radice cubica del propostoci numero, che fu 30. è 3. interi, 6. minuti. 25. secondi, & 12. terzij: ilche basti, quanto al trouare l'una & l'altra radice, cioè quadrata, & cubica, senZa i rotti, o con detti rotti; cõciosia, che nelli altri numeri, si potrà sempre procedere a corrispondentia.

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
2	4	35	1225	68	4624	101	10201	134	17959	167	27889
3	9	36	1296	69	4761	102	10404	135	18225	168	28224
4	16	37	1369	70	4900	103	10604	136	18496	169	28561
5	25	[illegible]	1444	71	5041	104	10816	137	18769	170	28900
6	36	39	1521	72	5184	105	11025	138	19044	171	29248
7	49	40	1060	73	5329	106	11236	139	19321	172	29584
8	64	41	1681	74	5476	107	11449	140	19600	173	29929
9	81	42	1764	75	5625	108	11664	141	19881	174	30276
10	100	43	1849	76	5776	109	11881	142	20164	175	30625
11	121	44	1936	77	5929	110	12100	143	20449	176	30976
12	144	5	2025	78	6084	111	12321	144	20736	177	31329
13	169	46	2116	79	6241	112	12544	145	21025	178	31684
14	196	47	2209	80	6400	113	12764	146	21316	179	32041
15	224	48	2304	81	6561	114	12996	147	21609	180	32400
16	256	49	2401	82	6714	115	13225	148	21904	181	32761
17	289	50	2500	83	6889	116	13456	149	22201	182	33124
18	324	51	2601	84	7056	117	13689	150	22500	183	33489
19	361	52	2704	85	7225	118	13924	151	22801	184	33856
20	400	53	2809	86	7396	119	14161	152	23104	185	34225
21	441	54	2916	87	7569	120	14400	153	23409	186	34596
22	484	55	3025	88	7744	121	14641	154	23716	187	34969
23	529	56	3136	89	7921	122	14884	155	24025	188	35344
24	576	57	3249	90	8100	123	15129	156	24336	189	35721
25	625	58	3364	91	8281	124	15376	157	24649	190	36100
26	676	59	3481	92	8464	125	15625	158	24964	191	36481
27	729	60	3600	93	8679	126	15879	159	25281	192	36864
28	784	61	3721	94	8836	127	16129	160	25600	193	37249
29	841	62	3844	95	9025	128	16384	161	25921	194	37636
30	900	63	5969	96	9216	129	16641	162	26244	195	38025
31	961	64	4096	97	940	130	16900	163	26569	196	38416
32	1024	65	4225	98	9604	131	17161	164	26896	197	38809
33	1089	66	4356	99	9801	132	17424	165	27225	198	39204
34	1156	67	4489	100	10000	133	17689	166	27556	199	39601

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
200	40000	233	54289	266	70756	299	89401	332	110224
201	40401	234	54756	267	71289	300	90000	333	110889
202	40814	235	55225	268	71824	301	90601	334	111556
203	41209	236	55696	269	72361	302	91204	335	112225
204	41416	237	56196	270	72900	303	91809	336	112896
205	42025	238	56644	271	73441	304	92416	337	113569
206	42436	239	57121	272	73984	305	93025	338	114244
207	42849	240	57600	273	74529	306	93636	339	114921
208	43264	241	58681	274	75076	307	94249	340	115600
209	43681	242	58564	275	75625	308	94864	341	116281
210	44100	243	59049	276	76176	309	95481	342	116964
211	44521	244	59536	277	76729	310	96100	343	117649
212	44944	245	60025	278	77284	311	96721	344	118336
213	45369	246	60516	279	77841	312	97344	345	119025
214	45796	247	61009	280	78400	313	97969	346	119716
215	46225	248	61504	281	78961	314	98596	347	120409
216	46656	249	62001	282	79524	315	99225	348	121104
217	47089	250	62500	283	80089	316	99856	349	121801
218	47524	251	63001	284	80656	317	100489	350	122500
219	47961	252	63504	285	81225	318	101124	351	123201
220	48400	253	64009	286	81796	31	101761	352	123904
221	48841	254	64516	287	82369	320	102400	353	124909
222	49284	255	65025	288	82944	321	103041	354	125316
223	49729	256	65536	289	83521	322	103684	355	126025
224	50176	257	66049	290	84000	323	104329	356	126736
225	50625	258	66564	291	84681	324	104976	357	127449
226	51076	259	67081	292	85264	325	105625	358	128161
227	51529	260	67600	293	85849	326	106276	359	128881
228	51984	261	68121	294	86436	327	106929	36	129600
229	52441	262	68644	295	87025	328	107584	361	130321
230	52900	263	69169	296	87616	329	108241	362	131044
231	53361	264	69696	297	88209	330	108900	363	131769
232	53824	265	70225	298	88804	331	109561	364	132496

Radici.	Quadrati.	Radic.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
365	133225	398	158404	431	185761	464	215296	497	247009
366	133956	399	159201	432	186624	465	216225	498	248004
367	134689	400	160000	433	187489	466	217156	499	249001
368	135424	401	160801	434	188356	467	218089	500	250000
369	136161	402	161604	435	189225	468	219024	501	251001
370	136900	403	162409	436	190096	469	219961	502	252004
371	137641	404	163216	437	190969	470	220900	503	253009
372	138384	405	164025	438	191844	471	221841	504	254016
373	139129	406	164836	439	192721	472	222784	505	255025
374	139876	407	165649	440	193600	473	223729	506	256036
375	140625	408	166464	441	194481	474	224676	507	257049
376	141376	409	167281	442	195364	475	225625	508	258064
377	142129	410	168100	443	196249	476	226576	509	259081
378	142884	411	168921	444	197136	477	227529	510	260100
379	143641	412	169744	445	198025	478	228484	511	261121
380	144400	413	170569	446	198916	479	229441	512	262144
381	145161	414	171396	447	199809	480	230400	513	264169
382	145924	415	172225	448	200704	481	231361	514	265196
383	146689	416	173056	449	201601	482	232324	515	266225
384	147456	417	173889	450	202500	483	233289	516	267256
385	148225	418	174724	451	203401	484	234256	517	268289
386	148996	419	175561	452	204304	485	235225	518	269324
387	149769	420	176400	453	205209	486	236196	519	270361
388	150544	421	177241	454	206116	487	237169	520	271400
389	151321	422	178084	455	207025	488	238144	521	272441
390	152100	423	178929	456	227936	489	239121	522	273484
391	152881	424	179776	457	208849	490	240100	523	274529
392	153664	425	180625	458	209764	491	241081	524	275576
393	154449	426	181476	459	210681	492	242064	525	276625
394	155236	427	182329	460	211600	493	243049	526	277676
395	156025	428	183184	461	212521	494	244036	527	278729
396	156816	429	184041	462	213444	495	245025	528	279784
397	157609	430	184900	463	214369	496	246016	529	280841

Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.	Radici.	Quadrati.
530	281900	557	310249	584	340262	611	373321	638	407044
531	282961	558	311364	585	342225	612	374544	639	408321
532	283024	559	312481	586	343396	613	375769	640	409600
533	284089	560	313600	587	344569	614	376996	641	410881
534	285156	561	314721	588	345744	615	378225	642	412184
535	286225	562	315844	589	346921	616	379456	643	413449
536	287296	563	316969	590	348100	617	380689	644	414736
537	288369	564	318096	591	349281	618	381924	645	416025
538	289444	565	319225	592	350464	619	383161	646	417316
539	290521	566	320356	593	351649	620	384400	647	418609
540	291600	567	321489	594	352836	621	385641	648	419904
541	292681	568	322624	595	354025	622	386884	649	421201
542	293764	569	323761	596	355216	623	388129	650	422500
543	294849	570	324900	597	356409	624	389376	651	423801
544	295936	571	326041	598	357604	625	390625	652	425104
545	297025	572	327084	599	358801	626	391876	653	426049
546	298116	573	328329	600	360000	627	393129	654	427716
547	299209	574	329476	601	361201	628	394384	655	429025
548	300304	575	330625	602	362404	629	395641	656	430336
549	301401	576	331776	603	363609	630	396900	657	431649
550	302500	577	332929	604	364814	631	398161	658	432904
551	303601	578	334084	605	366025	632	399424	659	434281
552	304704	579	335241	606	367236	633	400689	660	435600
553	305809	580	336400	607	368449	634	401956	661	436921
554	07916	581	337561	608	369664	635	403225	662	438244
555	308025	582	338724	609	370881	636	404496		
656	309136	583	339889	610	372100	637	405769		

Et se perauentura questa Tauola delle Radici quadrate, non fusse per le tue misure a bastanza, se si misurerà la distantia della cosa con piedi, si potrà ridurre la misura de piedi a passi, o a cãne; et per questa via le radici sopra dette seruono a qual si uoglia lunghissimo modo di misurare. Potrassi ancora accrescere detta tauola (senza difficultà) in qual si voglia numero, se ben volessi, che fusse infinito. Ilche si farà in questo modo. Raddoppisi la radice dell'ultimo quadrato del quale si ha cognitione, & a questo numero aggiungasi vno 1. & tutto questo numero si aggiunga similmente allo ultimo quadrato, & ne verrà quel quadrato, che segue, il quale si andaua cercando: come per esempio, l'ultimo quadrato di questa tauola è 438244. & la sua radice è 662. raddoppisi questa, et ce ne verrà 1324. se a questo numero si aggiunge vno 1. haremo 1325. et se si aggiugnerà q̃sto num. al quadrato 438244. haremo 439569. la radice del quale sarà 663. Et se si aggiugnerà a 1325. un 2. et il medesimo sempre al numero che ce ne viene, & si aggiugnerà questa differentia de numeri, a ciascuno da sperse de quadrati di sopra, ce ne resulterà senza maggior fatica il quadrato, che segue: come p esẽpio, dallo aggiugnimẽto del 1325. al quadrato 438244. si cauò il quadrato 439569. se si aggiugnerà al 1325. un 2. la differentia sarà 1327. aggiunghisi a q̃sto ultimo quadrato 439569. & si harà il quadrato che segue, che sarà 440896. laqual cosa ci succederà ancora nel medesimo modo ne gli altri quadrati, che seguiranno.

Regola delle tre cose, ouero quattro proportionali.

D*Alla dicianouesima Proposta del nono di Euclide, si cauò vna regola, come dati tre numeri si possi per loro ritrouare il quarto a loro ꝓportionale; dalla quale si è cauata quella regola, che*

i Ma-

Matematici chiamano Regola dorata delle quattro proportionali: la quale non ſarà mai tanto lodata, che baſti. Queſta regola da volgari è chiamata la Regola del tre, o vogliamo dire delle tre coſe: la ineſtimabile commodità della quale laſceremo giudicare a coloro, che ſi eſercitano in maneggiare i numeri, o le matematiche: conciosia che infra le coſe proportionali non pare che poſſa occorrere difficultà, o dubbio alcuno, che non ſi leui ſubito uia mediante il beneficio di queſta regola.

Propoſtoci adunque quattro numeri proportionali infra di loro, che quel riſpetto, o proportione che ha il primo al ſecondo, lo habbia ancora il terzo al quarto; ſe perauuentura auuerrà che ci ſia aſcoſa la quantità di alcun di loro, ci ſarà facile il ritrouarla mediante lo aiuto delli altri tre in queſto modo. Siano i propoſtoci punti A B C D, *& come lo* A *corriſponde al* B, *coſi corriſponda il* C *al* D; *& ſia un di loro del quale ci ſia aſcoſa la ſua quantità, come per eſempio ſi dica che ſia il* D, *che è lo ultimo, cioè il quarto per ordine: ſe noi vorremo ſapere quanto egli è, multiplichiſi uno de numeri del mezo nel altro, come è il* B *nel* C, *ouero il* C *nel* B; *& quel che ce ne verrà partaſi per il primo, cioè per la* A, *che è il primo delle eſtremità, o teſte de detti numeri; & ſapremo quanto ſarà il quarto proportionale. Debbono veramente queſti numeri eſſere talmente propoſti, o eſpreſſi che il primo & il terzo conuenghino inſieme quanto al fatto, & quanto al nome, & il ſecondo ancora ſimilmente con il già trouato quarto. Come ſe* A *ſarà ſtata per modo di dire 8,* B 12. *&* C 10. *la diſputa, o dimanda ſi debbe formare in queſto modo: ſe 8. mi dà 12. che mi darà 10. & ciò ſi intende delle medeſime coſe, ualute, o quantità. Multiplichiſi adunque 12. per 10. ouero 10. per 12. & ce ne verrà 120. il che ſe noi diuideremo per 8. ce ne verrà 15. per parte,*

8.12.10.15.
A—B. C—D

che

che conuerranno quanto al fatto, & quanto al nome con esso 12. Et a questo 15. pare che con tal proportione corrisponda il 10. con quale lo 8. corrisponde al 12. conciosia che l'una & l'altra corrisponde per sesquialtera, cioè per la metà. Adunque se 8. braccia di vn panno propostoci vagliono 12 Δ, 10. braccia ne varranno 15. O se vna propostaci ruota in 8. hore hara compito 12. delle sue reuolutioni, ella in 10. hore ne farà 15. ne altrimenti si ha a giudicare de gli altri numeri simili, & similmente propostici. Ma quando auuenisse, che hauessimo notitia delli altri tre numeri, o termini; & che il primo, cioè lo A, ci fusse nascoso, & volessimo ritrouarlo per il beneficio del saper li altri; percioche i numeri proportionali infra di loro per un verso, sono ancora proportionali per lo altro, & in quel modo che corrisponde il D al C, cosi corrisponde ancora il B al A, però ponghinsi i numeri al contrario del modo di prima in questa forma; dipoi tengasi nello operare quella regola, che poco fa si è detta, multiplicando B per C, ouero C, per B, & diuidendo quel ce ne viene per il detto D; & questa diuisione ci darà il numero A, che andauamo cercando. Imperoche posto sopra delle lettere la detta corrispondentia de numeri, se 12. multiplicato per 10. ci darà 120. come prima, diuiso poi per 15. ci darà 8. per parte. Al quale 8. il 12. corrisponde in quella medesima proportione, che fa il 15. al 10. conciosia che l'una & l'altra è sesquialtera, cioè per la metà piu.

15.10.12.8.
D—C. B—A

Auuiene adunque il medesimo, come che se il secondo numero si multiplicasse per il terzo, & il multiplicato si partissi per il primo. Ma bisogna riuoltare la proportione de termini in questo modo, & propor talmente la disputa, ouero dimanda, che il numero a noi incognito caschi sempre nel quarto luogo, & quanto poi al modo dell'operare non si ha da disco-

stare

ſtare dalla data regola generale.

Et quando auueniſſe, che uno de termini del mezo fuſſe quello, che ci fuſſe naſcoſo, come è; per modo di eſempio il, B *che quanto all'ordine, è il termine, o numero ſecondo, biſogna anteporre la ſeconda proportione alla prima, cioè porre gli ultimi duoi termini verſo la ſiniſtra inanzi a primi, accioche il* B*, poſſa collocarſi nel quarto & ultimo luogo come moſtra il preſente diſegno. Percioche ſe* A*, corriſponde al* B*, come il* C *al* D*, (ſi come preſupon la regola) in quella proportione adunque che corriſponde il* C *al* D*, corriſponderà ancora la* A *al* B*. Preparate in queſto modo queſte coſe multiplichiſi* D *per* A*, cioè* 15*. per* 8*. ouero* 8*. per* 15*. & ce ne verrà di nuouo* 120*. il qual multiplicato diuiſo per il* C*, cioè per* 10*. ci darà* 12*. per parte; il che ſarà la quantità del* B*, che andauamo cercando, & corriſponderà lo* 8*. al* 12*. in quella proportione che fa il* 10*. al* 15*. cioè per ſeſquialtera, che vien ad eſſere per la metà.*

10.15.8.12.
C—D. A—B

Ma quando ultimamente auueniſſi, che haueſſimo dibiſogno di ritrouare il terzo termine, o numero quanto allo ordine, biſogna riuolgere & i termini, & le proportioni inanzi che ſi cominci ad operare ſecondo la regola generale, in quel modo che ſi diſſe, che ſi oſſeruaſſe hauendo poſto il terzo numero nel luogo del quarto, come moſtra la preſente figura.

Et replicando per maggior dichiaratione di tutte le coſe dette, i numeri che da prima ſi ſon preſi, multiplichiſi il D *per la* A*, & diuidaſi tal multiplicato per il* B*, ce ne verrà il* C*, percioche ſe ſi multiplicherà il* 15*. per lo* 8*. & ſi partirà per il* 12*. hauendoci dato* 120*. ci darà* 10*. per parte che ſarà il* C*. Il medeſimo ſi farà quando non haremo notitia di alcun numero del mezo, come che ſe ſi multiplicaſſe uno delli eſtremi, cioè poſto nel principio,*

12.8.15.10.
B—A. D—C

o nel

o nel fine per l'altro; & si diuidesse poi quel che ce ne venisse, per vno di quelli del mezo, che ci fusse noto. Ma auuenga che sia qual si voglia de numeri, che ci sia nascoso, & che noi vogliamo sapere; si hanno sempre a riuolgere, & posporre i numeri che ci saranno noti; che quel che ci è nascoso possa porsi nell'ultimo luogo, o vogliamo dire sedia, per ritrouarlo mediante la regola generale, come si è detto di sopra. Mediante il discorso, o vogliam dire la esamina de quattro passati esempi, si puo facilmente vedere, quanto sia indissolubile, & stretta la fratellanza, ouero il legamento de detti quattro numeri proportionali: conciosia cosa che non hauendo notitia di vno di essi, & sia qual di loro si voglia, si vede che si genera mediante lo aiuto de gli altri tre che ci sono noti: & che non solamente il primo ha quel rispetto al secondo, che il terzo al quarto; ma fra il primo & il terzo è la medesima proportione, che è fra il secondo & il quarto. Bisogna nondimeno auuertire, che doue (fatta come habbiam detto la diuisione) ci auanzasse alcun resto, che fusse minore del Partitore, bisogna ridurlo in piu minuto numero; & ciò bisogna fare tante uolte, che non ci resti cosa alcuna della diuisione. Come per esempio, se si comperasse quattro libbre di zuchero 15. soldi, & noi volessimo sapere quanto si harebbono a comperar sette delle medesime libbre, bisogna multiplicare 15. per 7. & ce ne verrà 105. ilche partito per 4. ci darà 26. per parte, & auanzeracci 1. hora perche un soldo vale 12. danari, diuidasi quello 1. che ci rimase, in 12. il qual 12, ridiuidasi di nuouo per 4. & ce ne verrà 3. conchiudi adunque, il desiderato numero 7. che viene ad essere il quarto, del quale non haueuamo notitia, si harà a comperare per soldi 26. danari 3. Dalche di nuouo si caua esso numero, che primieramente si ha a diuidere, generato dalla multiplication del secondo nel terzo, ouero

zo, ouero dal terzo nel secondo, douersi risoluere in un numero minore tante uolte, quante egli ci accadrà, che sia minore del partitore, acciòche ei si possa con esso diuidere piu facilmente. Aggiungasi a questo, che se alcuno de 3. numeri, de quali habbiamo notitia, fusse non solo di interi, ma di interi & di rotti; bisogna ridurre detti interi tutti ad una medesima sorte di rotti, prima che noi entriamo, secondo la regola, alla operatione; con tale osseruatione nondimeno, che il primo, & il terzo conuenghino nella reduzzione de loro interi. Come per esempio, se ci fusse proposto una ruota, che in quattro dì, & quattro hore facesse cinque delle sue intere reuolutioni; & volessimo sapere, quante reuolutioni ella farebbe in 10. interi giorni. Risoluinsi prima li quattro giorni in hore, che saranno 96. perche ogni giorno è hore 24. & quattro ne haueuamo prima che fa 100. hora perche ei bisogna, che il terzo numero (quanto allo ordine) conuenga con il primo quanto a fatti, & quanto al nome; conuertinsi li 10. giorni in hore, che saranno 240. multiplichisi dipoi 240. per 5. & ce ne verrà 1200. ilche partito per 100. ci darà 12. il qual 12. sarà il desiderato numero delle reuolutioni, che farà la ruota ne detti 10. giorni; & sarà ancora, come si può considerare, il quarto numero quanto all'ordine, del quale non haueuamo notitia alcuna.

A

Come

Noruegia

TAVOLA.

IN VENETIA,
Per Francesco Franceschi Sanese.
M. D. LXXXIX.

TAVOLA.

IN VENETIA,
Per Francesco Franceschi Senese.
M. D. LXXIX.